

НАСТАВА И УЧЕЊЕ

Иван Анић¹
Математички факултет
Драгица Павловић Бабић
Филозофски факултет
Универзитет у Београду

UDK-371.3::51(497.11)"2009" ; 371.26.046.14(497.11)"2009"
ID 183331596
Оригинални научни рад
НВ.ЛХ 2.2011.
Примљен: 26. X 2010.

РЕШАВАЊЕ МАТЕМАТИЧКИХ ПРОБЛЕМА У РЕАЛНОМ КОНТЕКСТУ: КВАЛИТАТИВНА И КВАНТИТАТИВНА АНАЛИЗА ПОСТИГНУЋА

Апстракт Основно истраживачко питање којим се бави овај рад је питање идентификавања основних препрека на које ученици наилазе при решавању задатака из математике, како би се дефинисали типични кораци у овладавању математичким вештинама потребним за решавање примењених задатака. У концептуалном погледу, рад је уклопљен у савремена одређења математичке писмености као компетенције која омогућава појединцу да разуме свет у којем живи и да је оспособљен да доноси засноване одлуке (нпр. ОЕЦД/ПИСА). Истраживање је реализовано у две фазе. Квалитативним истраживањем, у условима индивидуалног или интерактивног рада на задатку, настојали смо да утврдимо на које начине ученици греше и на које потешкоће наилазе при решавању задатака смешених у реалан контекст, као и да утврдимо које су од тих грешака и потешкоћа типичне. Анализом садржаја вербалних исказа ученика током решавања задатака издвојени су проблеми који чине стратегије решавања неефикасним. Квантитативним истраживањем проверавали смо у којој мери су грешке и потешкоће установљене у претходној фази типичне, што може бити јасан дијагностички знак који указује на системски недостатак у настави математике и инструментима за процену постигнућа ученика. Узорак је чинило 379 ученика првог разреда београдских средњих школа. Резултати показују да се уклањањем сувишног податка из математичког задатка статистички значајно подиже успешност у решавању, што указује на то да ученици успешно решавају оне задатке у којима су селектовани подаци који су потребни за предвиђене математичке процедуре. Препорука је да се наставном праксом подржава и развија вештина селекције података – да се из великог броја расположивих података издвоје само они који су неопходни у процесу решавања задатака.

Кључне речи: математичка писменост, решавање проблема, когнитивне компетенције, стратегије решавања задатака, програм ПИСА

SOLVING MATHEMATICAL PROBLEMS IN REAL CONTEXT: QUALITATIVE AND QUANTITATIVE ANALYSIS OF ACHIEVEMENT

Abstract The basic research issue that this paper is dealing with relates to the question of identifying major obstacles the students meet when solving mathematical tasks, in order to define typical steps in acquiring mathematical skills necessary for solving applied tasks. Concetualizationwise, our work is in accordance with

¹ ianic@matf.bg.ac.rs

contemporary definitions of mathematical literacy, seen as a competence which enables the individual to understand the world in which they live and to reach sound decisions (e.g. OECD, PISA). The research was conducted in two phases. By a qualitative research, in the conditions of individual and interactive work on the task, we tried to establish the ways in which the students make mistakes and the difficulties they encounter when solving the tasks situated in real context, as well as to determine which of these mistakes and difficulties are typical. By analyzing the students' verbal comments during the performance we singled out the problems which make the selected strategies inefficient. Using quantitative analysis we tried to establish which mistakes and difficulties, determined in the previous phase, are typical and might be taken as a clear diagnostic signal indicating a systemic lack in teaching mathematics and instruments for measuring students' achievements. The sample comprised 379 first-grade students from secondary schools in Belgrade. The results show that after removal of redundant data from a mathematical task successfulness in solving it increases statistically significantly, which indicates that students successfully solve those tasks which contain only selected data, necessary for the application of adequate mathematical procedures. Our suggestion is that teaching practice should support and develop the skill of data selection, i.e. from numerous data to select only those which are necessary in the process of task solving.

Keywords: *mathematical literacy, problem solving, cognitive competencies, task solving strategies, the PISA programme.*

РЕШЕНИЕ МАТЕМАТИЧЕСКИХ ПРОБЛЕМ В РЕАЛЬНОМ КОНТЕКСТЕ: КАЧЕСТВЕННЫЙ И КОЛИЧЕСТВЕННЫЙ АНАЛИЗ РЕЗУЛЬТАТОВ

Резюме *Основная исследовательская проблема, которая ставится в данной работе - проблема определения трудностей, с которыми встречаются ученики при решении математических заданий, а затем определение типичных шагов, необходимых для успешного решения прикладных заданий по математике. В концептуальном отношении, работа исходит из современного определения математической грамотности - компетенции, дающей возможность ученику понимать окружающий мир и принимать обоснованные решения. Исследование проведено в двух этапах. Применяя качественный анализ в условиях индивидуальной или интерактивной работы, мы старались определить причины ошибок и трудности с которыми ученики встречаются при решении математических заданий. Затем на основе анализа содержания словесных высказываний учеников в ходе работы выявлены проблемы, касающиеся стратегической неэффективности. С применением количественного анализа установлены типичные ошибки, что указывает на пропуски и недостатки в системе основного обучения математике. Исследование проведено на примере 379 учеников первого класса белградских средних школ. Полученные результаты показывают, что устранение лишних данных из математического задания статистически значительно повышает успешность в решении заданий. Рекомендуется развитие умений отбора данных в учебной практике: среди многочисленных данных необходимо выбрать только те, которые нужны для решения определенного задания.*

Ключевые слова: *математическая грамотность, решение проблемных заданий, когнитивные компетенции, стратегия решения заданий, программа ПИСА.*

Образовање у Србији још увек нема успостављен систем екстерне контроле квалитета чија је функција, пре свега, формулисање даљих праваца развоја образовања на основу актуелних, емпиријских показатеља о нивоу квалитета, ефикасности или праведности тренутне образовне праксе. Ту празнину у подацима током последње деценије у некој мери надокнађују резултати међународних истраживања образовних постигнућа у која је Србија укључена, као што су програми OECD/PISA и TIMSS. Налази ових истраживачких програма доследно показују да су образовна постигнућа ученика из Србије у погледу математичких знања испод међународног просека, као и да су одступања у односу на међународни просек посебно изражена када је реч о математичким задацима који имају елементе проблемске ситуације и који траже примену математичких знања на ситуације из реалног живота (Baucal, Pavlović Babić, 2011; Baucal, Pavlović Babić, 2009; Baucal, 2006; OECD, 2004; OECD, 2007; OECD, 2010). Основна намера овог рада је да овим налазима приступи из перспективе наставе. Прецизније, занимало нас је да идентификујемо основне препреке на које ученици наилазе при решавању оваквих задатака, како би се, на основу тога, формулисали типични кораци у овладавању математичким вештинама потребним за решавање примењених задатака.

Концептуални оквир: програм PISA

Истраживање које приказујемо засновано је на материјалима и подацима о постигнућима ученика из Србије у оквиру Међународног програма процене образовних постигнућа ученика PISA (Programme for International Student Assessment).

У оквиру PISA студије систематски се прати који ниво функционалне писмености у домену математичке, научне и читалачке писмености достижу петнаестогодишњаци у датој земљи. Ова три домена су изабрана као најопштији и најрелевантнији индикатори квалитета и праведности образовања (OECD, 2009a), као и предиктори економског и социјалног раста друштва (OECD, 2009b). Специфичност PISA студије је да она не испитује у којој мери ученици могу да репродукују оно што су учили у школи, већ у којој мери су компетентни да разумеју и користе расположиве информације приликом решавања релевантних проблема из свакодневног живота. Поред тога, циљ PISA студије је да утврди у којој мери су различити контекстуални фактори (карактеристике образовног система, карактеристике породичног окружења, карактеристике школе и карактеристике ученика) повезани с образовним постигнућима ученика (Rychen & Salganik, 2003; OECD, 2005; Baucal i Pavlović Babić, 2009). OECD/PISA је данас вероватно најреферентнији међународни програм у домену образовања и један од

најважнијих оријентира за образовну политику. На пример, писменост процењивана на основу PISA тестирања један је од инструмената којим се, на нивоу ЕУ, прати остваривање циљева Лисабонске агенде (Earl, 2006; European Commission, 2010).

Појам математичке писмености

Разумевање концепта писмености у програму PISA, примењено на област математике, резултирало је следећом дефиницијом: Математичка писменост се дефинише као способност појединца да препозна и разуме улогу коју математика игра у савременом свету, да доноси одлуке засноване на чињеницама и да користи математику како би постао конструктивна и истраживачки оријентисана особа која је у стању да процењује себе и околину (OECD, 1999). Укратко, фокус овог одређења математике, па тиме и улоге образовног система у развијању математичких знања је на функционалним, примењеним знањима.

Оно што је несумњиво је да се последњих година велики број земаља (образовних система) интензивно бави преиспитивањем и прекомпоновањем сопствених наставних програма математике, покушавајући да реши проблем „пренаглашавања процедура и занемаривања разумевања“ (De Lange, 2003), уз јасну оријентацију ка интеграцији градива. На пример, у новим наставним програмима који су усвојени у Пољској, програмски садржаји су организовани по предметима, с тим да на сваком нивоу школовања постоји списак обавезних кроскурикуларних тема чије је укључивање у школски курикулум одговорност управе школе/директора. (Polish EURYDICE Unit, 2005).

У наставним програмима успешних образовних система наводе се стратегије развоја мишљења вишег реда (решавање проблема, критичко мишљење), док се код нас мишљење вишег реда не везује за конкретне садржаје, већ се наводи као општи циљ.

Постигнућа ученика из Србије у програму PISA

Током три истраживачка циклуса у којима је учествовала Србија, на скали чија је аритметичка средина 500 (а стандардна девијација 100), остварен је просечан резултат од 437 поена 2003. године и задржано исто просечно достигнуће и у наредном тестирању 2006. године, док је 2009. године просек подигнут на 442 поена (Pavlović Babić, 2007; Baucal, Pavlović Babić, 2011). Ово достигнуће припада другом нивоу на развојној скали, што значи да су, током деветогодишњег школовања, ученици у просеку оспособљени за примену једноставних процедура, за проналажење одређене

информације коришћењем једног извора, за проналажење решења у једноставној ситуацији у којој су све релевантне информације дате. Захтеви који припадају овом нивоу траже од ученика когнитивне активности на нивоу репродукције.

Налази даље указују да 40 одсто ученика из Србије остварује постигнућа која су испод нивоа функционалне писмености. Истовремено, веома мали број ученика (3,5%) остварује постигнућа на два највиша нивоа. Ако се зна да једна школска година у просеку доприноси са око 40 поена на скали математичке писмености, то би значило да су наши ученици практично више од једне школске године у заостатку за својим вршњацима из других земаља, што говори о потреби да се настава математике унапреди, посебно у погледу примене стечених знања на проблемске ситуације из реалног живота.

Квалитативно истраживање

Циљ истраживања

Циљ овог дела истраживања је да се утврди на које начине ученици греше и на које потешкоће наилазе при решавању задатака смештених у реалан контекст, као и да се утврди које су од тих грешака и потешкоћа типичне. Налази овог дела истраживања послужили су за формулисање варијаната истог задатка у којима су потешкоће избегнуте.

Опис инструмента и поступак истраживања

Ученици су решавали шест задатака од којих су четири преузета из програма PISA, а два су ауторска. Задаци су смештени у реалан контекст и у складу су с узрастом и искуствима испитаника. Задаци тестирају различите математичке компетенције и градуирани су по комплексности.

Због ограничења у обиму овог рада, приказаћемо само један од задатака (слика 1).

Ово је оригинални PISA задатак (Pavlović Babić i Baucal, 2009). То је кратак задатак отвореног типа везан за свакодневно искуство. Све релевантне информације су дате, а захтев је једноставан. Сама слика није од суштинског значаја за решавање задатка. Од ученика се очекује да укупну висину степеништа (252 cm) подели са бројем степеника (14) и добије коначан тачан резултат 18 cm. На нивоу држава OECD-а 78% ученика решава овај задатак (OECD, 2009c).

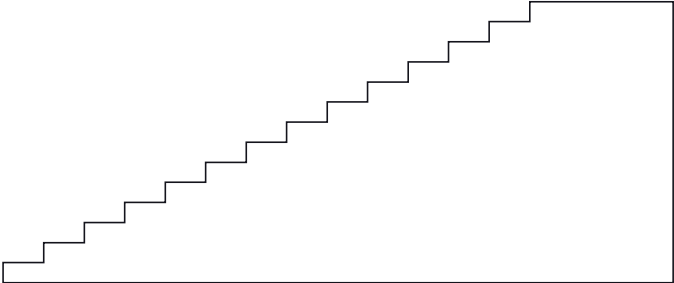
Ученици су задатке решавали самостално или у пару. Истраживачи су били присутни, али нису учествовали у самом процесу решавања (нпр. пружање директне помоћи или навођење на решење), већ су охрабривали

ученике да формулишу различите хипотезе (могуће начине решавања) и да их тестирају до коначног решења. Ученици су охрабривани да гласно формулишу своје мисли. Аудио-записи ове фазе истраживања анализирани су методом анализе садржаја.

Слика 1: Оригинална варијанта задатка 1.

Питање 1А: СТЕПЕНИШТЕ

Доња шема представља степениште са 14 степеника, чија је укупна висина 252cm:



Укупна висина 252cm

Укупна ширина 400cm

Колика је висина сваког од 14 степеника?

ОДГОВОР:

Висина степеника је _____ cm.

Узорак

Узорак обухвата петнаестогодишњаке, односно ученике првог разреда средње школе (овај образовни узраст се тестира и у програму PISA).

У овој фази истраживања учествовало је шест ученика Пете београдске гимназије (двоје који су самостално решавали задатке и четворо који су задатке решавали у пару) и девет ученика Прве економске школе у Београду (троје самостално и три пара). Критеријуми за избор ученика су њихова експресивност и математичке компетенције.

Налази

Анализом садржаја вербалних исказа ученика током решавања задатака издвојили су се следећи проблеми који чине стратегије решавања неефикасним:

–Избор релевантних података (први задатак). Показало се да су ученици (три пара и двоје самосталних) имали погрешна очекивања да сви

дати подаци морају да се употребе да би се дошло до решења. Ово погрешно уверење доводи до погрешних покушаја решавања, а нелогични резултати их враћају на почетак. Сви ученици су успели да превазиђу тешкоћу, а тај процес је потрајао од 30 секунди до три минута.

– Читање сликом датих података (први и четврти задатак). Слика је ометала процес решавања задатака на следеће начине:

1. Погрешно интерпретирање слике, на пример, шематски приказ степеништа (први задатак) ученике је наводио да примене Питагорину теорему (три пара и три самостална).

2. Перцептивно упадљива разлика у висини стубића на графикону у четвртом задатку доводила је до брзих, лаконских одговора да разлика јесте велика јер је то на основу слике очигледно (4 пара и три самостална). Два пара и један самостални су успели да превазиђу овај проблем, док остали нису.

3. Проверавање и упоређивање података који су дати сликом и текстом (један пар је пребројавао степенике у првом задатку). Ова стратегија није погрешна, али је непотребна и доводи до успоравања процеса решавања задатка.

– Повезивање различитих фаза у решавању задатка (други, трећи и четврти задатак). Сви ученици који су учествовали у овом делу истраживања, осим једног пара, покушали су да одговоре на постављен налог директно на основу датих података, без њихове анализе. У другом задатку изостала је фаза у којој је требало реконструисати полазне податке (њихов збир) на основу просека. У трећем задатку недостајала је фаза превођења података о броју бомбона приказаних графиконом у бројеве.

– Представљање, шемом или на менталном плану, података о просторном распореду објеката (пети и шести задатак). Комбиновање елемената да би се постигли екстермални услови (положај градова у којем се постиже минимум, положај градова у којем се постиже максимум) код петог задатка; постављање тачака тако да оне представљају темена правоуглог троугла, а без модела правоуглог угла, у шестом задатку.

На основу уочених проблема, интервенисали смо у задацима тако да се избегну типичне грешке или помогне ученицима да пређу на наредне фазе решавања проблема.

Квантитативно истраживање

Методологија

Циљеви

Циљ ове фазе истраживања је да се провери у којој мери су грешке и потешкоће установљене у претходној фази типичне. Уколико су типичне, то је јасан дијагностички знак који указује на системски недостатак у настави математике и у инструментима за процену постигнућа ученика.

Истраживање смо дизајнирали тако да, интервенишући у природи задатака, уклонимо или смањимо могућност грешке и тиме повећамо ефикасност у решавању задатака. На основу грешака у решавању задатака који се су се издвојиле у квалитативној фази, задаци су модификовани на следеће начине: уклањање сувишног податка (задатак 1), уклањање слике када су подаци дати и наративно (задатак 1), подела захтева на јасно дефинисане кораке у решавању (задаци 2, 3, и 4) и експлицитно указивање на природу података (задаци 5. и 6).

Претходна, експлицитна подела захтева на фазе (корак) у решавању повећава успешност у решавању задатака. Очекујемо да ће ученици бити статистички успешнији у решавању Б и В варијаната другог, трећег и четвртог задатка у односу на оригиналне задатке.

Указивање на природу података (распоред тачака у равни) у комбинаторно геометријским проблемима повећава успешност у решавању задатака. Очекујемо да ће ученици бити статистички успешнији у решавању Б и В варијанте петог и шестог задатка у односу на А варијанту.

Варијабле

Зависна варијабла:

– Математичко постигнуће у решавању проблемских задатака, исказано преко тачности решавања појединих задатака на тесту.

Независне варијабле:

– Оцена из математике, као мера школског постигнућа ученика;
– Број поена на квалификационом испиту на крају осмог разреда основне школе.

Контролна варијабла:

Узраст испитаника. Сви испитаници који су учествовали у истраживању су на истом формалном образовном узрасту (први разред средње школе).

Хипотезе

– Уклањање сувишног податка повећава успешност у решавању задатака. Очекујемо да ће ученици бити статистички успешнији у решавању Б-варијанте првог задатка у односу на оригиналну верзију, као и да ће уклањање слике у истом задатку (варијанта В) још више повећати успешност.

– Уклањање слике, када су подаци дати наративно, повећава успешност у решавању задатака. Очекујемо да ће ученици бити статистички успешнији у решавању В-варијанте првог задатка у односу на А и Б варијанту.

– Школски успех, исказан оценом из математике на крају осмог разреда и резултатима са квалификационог испита из математике, предиктор је постигнућа на тесту из математике. Очекујемо да ће ученици који су успешни у решавању математичких задатака смештених у реалан контекст имати статистички значајно боље мере школског успеха (оцена из математике, постигнуће на квалификационом испиту) од ученика који не успевају да реше задатке.

Опис инструмента

На основу налаза из квалитативног дела истраживања формулисане су за сваки задатак по две варијанте – варијанта Б и варијанта В у којима су избегнуте идентификоване тешкоће и грешке. На пример, за први задатак (слика 1), у варијанти Б изостао је податак о укупној ширини степеништа, а варијанта В је без слике степеништа (и без податка о укупној ширини степеништа).

Направљене су три верзије теста од којих свака садржи свих шест задатака, и то два задатка варијанте А, два задатка варијанте Б и два задатка варијанте В, како би сваки од тестираних ученика видео по два задатка из сваке варијанте. На овај начин се равномерно распоређује оптерећење и избегава се демотивисање тешким задацима. У табели 1. је приказана структура свих верзија теста.

Табела 1: Структура тестова

	1. задатак	2. задатак	3. задатак	4. задатак	5. задатак	6. задатак
1. верзија	А	Б	В	В	Б	А
2. верзија	В	А	Б	Б	А	В
3. верзија	Б	В	А	А	В	Б

Узорак

У тестирању је учествовало укупно 379 ученика из четири средње школе. Узорак школа је пригодан, а у свакој школи су тестирана цела одељења која су случајно изабрана. У сваком одељењу ученици су на случајан начин подељени у три групе. Свака група је радила једну верзију теста.

Накнадна анализа школског успеха (просечна оцена из математике на крају осмог разреда основне школе и резултат на квалификационом испиту) показује да су групе ученика које су радиле три верзије теста уједначене у погледу ове варијабле. У табели 2. дати су подаци о броју ученика по школама и по верзијама теста који су радили са подацима о школском успеху.

Табела 2: Структура узорка и подаци о школском успеху

	Дванаеста београдска гимназија	ЕТШ „Никола Тесла“	Прва економска школа	Седма београдска гимназија	Укупно	Пријемни	Оцена
Верзија А	30	30	42	22	124	15,51	4,11
Верзија Б	27	29	40	33	129	15,50	4,24
Верзија В	29	26	41	30	126	15,66	4,15
Укупно	86	85	123	85	379		

План обраде података

Подаци су обрађени у статистичком пакету SPSS. Примењена је дескриптивна статистичка анализа (значајност разлика аритметичких средина).

Налази

Овде ћемо приказати детаљну анализу резултата добијених за први задатак, којим смо проверавали хипотезе 1, 2. и 5. У табели 3. су приказане фреквенције одговора ученика.

Табела 3: Дистрибуција одговора ученика на различите варијанте задатка 1

	Тачан одговор (N) %	Нетачан одговор (N) %	Нису радили (N) %	Укупно N
Варијанта А	(80) 64,52 %	(39) 31,45 %	(5) 4,03 %	124
Варијанта Б	(103) 81,75 %	(17) 13,49 %	(6) 4,76 %	126
Варијанта В	(113) 87,60 %	(15) 11,62 %	(1) 0,78 %	129

Подаци показују да између ученика који су решавали модификоване варијанте задатка и ученика који су решавали изворну варијанту постоје статистички значајне разлике у постигнућима. Примењен је t -тест за једнакост пропорција у три варијанте задатка (сваке две варијанте су међусобно поређене), а добијени налази приказани су у табели 4.

Табела 4: Тестирање једнакости аритметичких средина у различитим варијантама задатка 1.

	А-Б	А-В	Б-В
Очекивана вредност разлике	-17,23 %	-23,08 %	-5,85%
p -вредност	0,001**	0,000**	0,097

Табела 5: Тестирање средње вредности разлике у школском успеху ученика са тачним и погрешним решењем

		Варијанта А		Варијанта Б		Варијанта В	
		Тачно	Нетачно	Тачно	Нетачно	Тачно	Нетачно
Оцена из мат. у 8. разреду	Средња вредност	4,188	3,98	4,291	3,522	4,310	3,75
	Очекивана разлика	0,210		0,769		0,560	
	p -вредност	0,124		0,001**		0,024*	
Број поена на пријемном	Средња вредност	15,96	14,68	16,17	13,41	15,54	15,19
	Очекивана разлика	1,281		2,752		0,357	
	p -вредност	0,054*		0,000**		0,372	

Анализа података указује на следеће налазе:

– Постоји статистички значајна разлика у постигнућима ученика који су радили оригиналну верзију задатка и оних који су радили модификоване варијанте. Како је једина разлика између варијанти А и Б задатка у сувишном податку о укупној дужини степеништа, можемо закључити да сувишни подаци у задатку значајно утичу на постигнућа ученика. Овај налаз потврђује хипотезу 1. овог истраживања да избор релевантних података за решавање задатка представља озбиљну тешкоћу ученицима.

– Статистичка анализа је показала да између ученика који су радили варијанту В задатка и оних који су радили варијанту Б не постоји значајна разлика у постигнућу. Дакле, овај налаз не потврђује хипотезу 2.

– Анализирали смо у којој мери школски успех из математике гарантује боља постигнућа на задатку 1. са теста. Поделили смо испитанике у шест група у зависности од варијанте задатка коју су радили и да ли су тачно урадили задатак. Резултати су дати у табели 5. Добијени налази указују да је хипотеза 3. делимично потврђена. Од свих модификација задатака, показало се да код варијанте Б (уклањање сувишног податка) обе мере школског постигнућа значајно корелирају са постигнућем на задатку.

Дискусија и закључци

Основни налаз дела истраживања који је детаљније приказан у овом раду јесте да уклањање сувишног податка из математичког задатка статистички значајно подиже успешност у решавању. Овај налаз у суштини говори о природи искуства које ученици типично стичу кроз наставу математике, као и кроз рад на задацима из уџбеника и збирки. Дакле, типично је да они раде на задацима у којима су подаци унапред селектовани тако да су дати само они који су потребни за предвиђене математичке процедуре. Међутим, задаци с којима се срећемо у реалном животу немају ову особину. Напротив, неретко је потребно управо обрнуто – да се из великог броја расположивих података издвоје само они који су неопходни у процесу решавања задатка. Вештина одабира података на основу критеријума релевантно – ирелевантно једна је од општих когнитивних вештина које су неопходне у различитим проблемским ситуацијама с којима се срећемо, не само у математици.

Препорука је да се наставном праксом подржава и развија вештина селекције података. Правилан одабир података потврђује разумевање концепта и познавање процедуре. Наиме, ученик који је у стању да селекује податке тиме показује да познаје природу проблема (разумевање концепта) и зна који су подаци потребни да би се спровела одређена процедура (познавање процедуре).

Литература

- Baucal, A, Pavlović Babić, D. (2011): *PISA 2009 u Srbiji: prvi rezultati*, Beograd: Institut za psihologiju i Centar za primenjenu psihologiju
- Baucal, A, Pavlović Babić, D. (2009): *Kvalitet i pravednost obrazovanja u Srbiji: Obrazovne šanse siromašnih*, Beograd: Ministarstvo prosvete Republike Srbije, Vlada Republike Srbije, Institut za psihologiju.
- Baucal, A. i sar. (2006): *Obrazovna postignuća učenika III razreda – nacionalno testiranje 2004*, Beograd: Zavod za vrednovanje kvaliteta obrazovanja i vaspitanja, <http://www.ceo.edu.rs/images/stories/publikacije/ObrazovnaPostignucaUcenika.pdf>

- Eartl, H. (2006): European Union policies in education and training: the Lisbon agenda as a turning point?, *Comparative Education*, Vol. 42, No 1, 5-27
- European Commission (2010): *Europe 2020: A European strategy for smart, sustainable and inclusive growth*, Brussels: European Commission.
- De Lange, J. (2003): Mathematics for Literacy, u knjizi: Madison, B.L. and Steen, L.A. (Eds), *Quantitative Literacy: Why Literacy Matters for Schools and Colleges*, Princeton, New Jersey, National Council on Education and the Disciplines, 75-89
- OECD (1999): *Measuring Student Knowledge and Skills: A New Framework for Assessment*, Paris: OECD Publications.
- OECD (2004): *Learning for Tomorrow's World: First Results from PISA 2003*, Paris: OECD Publications.
- OECD (2007): PISA 2006: Science competencies for tomorrow's world, Paris: OECD Publications.
- OECD (2009a): *Education at a Glance*, Paris: OECD Publications.
- OECD (2009b): *Education Today: The OECD Perspective*, Paris: OECD Publications.
- OECD (2010): *PISA 2009 Results: What Students Know and Can Do*, Volume I, Paris: OECD Publications.
- Pavlović Babić, D. (2007): *Evaluativna istraživanja obrazovnih postignuća: konceptualne i metodološke mogućnosti i ograničenja u interpretaciji rezultata*, doktorska disertacija, Beograd: Filozofski fakultet.
- Pavlović Babić, D. Baucal, A. (2009): *Математичка писменост*. Beograd: Ministarstvo prosvete Republike Srbije, Zavod za vrednovanje kvaliteta obrazovanja i vaspitanja, Institut za psihologiju Filozofskog fakulteta Univerziteta u Beogradu.
- Polish EURYDICE Unit (2005): *The System of Education in Poland*, Warsaw: Foundation for Development of the Education System.
- Rychen, D. S. & Salganik, L. H. (Eds.), (2003): *Key Competencies for A Successful Life and a Well-Functioning Society*, Cambridge: Hogrefe & Huber Publishers.

Подаци о ауторима:

*Иван Анић, магистар математичких наука,
Математички факултет Универзитета у Београду,
Студентски трг 16, Београд,
ianic@matf.bg.ac.rs*

*Драгица Павловић Бабић, доктор психолошких наука,
Филозофски факултет Универзитета у Београду,
Чика Љубина 18-20, Београд,
dravlovi@f.bg.ac.rs*