THEORIA 3 DOI: 10.2298/THEO1203055J
BIBLID 0351–2274 : (2012) : 55 : p. 55–71
Originalni naučni rad
Original Scientific Paper

Radmila Jovanović

DVA REZULTATA NEMOGUĆNOSTI U TEORIJI DRUŠTVENOG ODLUČIVANJA

APSTRAKT: *U ovom tekstu bavićemo se nekim problemima teorije društvenog odlučivanja. Počećemo izlaganjem Erovljeve teoreme nemogućnosti oko koje se cela problematika konstituisala: problem nemogućnosti postojanja funkcije društvenog blagostanja. Pomenućemo jednu opciju za rešenje pradoksa koju je predložio Dankan Blek, naime, postojanje jednovršne strukture preferencija. Zatim ćemo izložiti drugi teorem nemogućnosti koji se odnosi na problem agregacije sudova po pitanju logički povezanih iskaza. Izložićemo ideju da je to širi problem u koji se problem agregacije preferencija može uklopiti. Izložićemo soluciju paralelnu ideji jednovršnosti kod agregiranja preferencija, naime zahtev za jednodimenzionalnim poretkom individua u odnosu na njihov sud o svakoj propoziciji. Kao ključno pitanje tada se nameće način na koji je moguće postići ovakvu strukturu, kao i sredstva za ispitivanje takvog poretka. Mi ćemo predložiti skicu za istraživanje u kome bi takvu ulogu mogla da igra teorija revizije verovanja – teorija koja deluje blisko povezana sa pomenutim domenom istraživanja, ali koja do sada nije bila eksplicitno povezivana sa ovim konkretnim problemom.*

KLJUČNE REČI: *Teorija društvenog odlučivanja, Erovljeva teorema, teorema nemogućnosti agregiranja sudova po pitanju logički povezanih iskaza, teorija revizije verovanja.*

Teorija društvenog izbora je poseban deo teorije odlučivanja koja se bavi grupom kao donosiocem odluka. Pri individualnom odlučivanju, prirodno postavljamo zahtev da kao donosioci odluka budemo racionalni i konzistentni pri izboru, da sledimo sopstvene preferencije i da težimo da uvećamo sopstvenu korist. U brojnim situacijama međutim, donosilac odluka je grupa ili čitavo društvo. Postavlja se pitanje, kako formiramo odluke u njemu? Možemo li očekivati da društvena odluka bude racionalna u istom smslu u kome se to očekuje od odluka pojedinaca i teži li društvo da uveća grupno blagostanje, analogno pojedincu? Može li poredak društvenih preferencija da proizađe iz preferencija njegovih članova, kao što bi bilo prirodno očekivati, a da pri tom budu zadovoljeni određeni demokratski kriterijumi i kojom procedurom se to može ostvariti?

Teorija grupnog odlučivanja međutim ima pred sobom niz ozbiljnih problema. Jedan od njih je zbunjujući rezultat Erovljeve teoreme o nemogućnosti postojanja funkcije društvenog blagostanja, pri čemu se pod ovom funkcijom razume preslikavanje profila individualnih preferencija u jedinstvenu listu preferencija društva, ako pri tom treba da budu zadovoljeni precizno određeni principi racionalnosti i naizgled veoma prihvatljivi etički ili demokratski uslovi. Osim što je eksplicitno povezao probleme racionalnosti društvenog izbora sa pitanjem poštovanja etičkih principa, velika Erovljeva zasluga je i u tome što je direktno primenio matematičku analizu na formalizovane vrednosne sudove. Njegov razarajući rezultat pokrenuo je čitavu seriju novih rezultata nemogućnosti u kolektivnom odlučivanju, kao i nekoliko pozitivnih rezultata dobijenih restrikcijom nekih od Erovljevih uslova. U novom svetlu, pojavila se ideja da neki problemi izbornih procedura u demokratiji jesu zapravo logičke prirode.

U poslednje vreme, domen ovih istraživanja proširen je novim pitanjima i novim problemima. Tako postoji indikacija da bi Erovljeva teorema mogla da se stavi u širi kontekst rezultata nemogućnosti agregacije sudova, koji je manje izučavan, ali nije manje zanimljiv. Takvu ideju razrađuju List i Ditrih. Sa širenjem problema, danas se ispituju i različita nova sredstva za izučavanje ovih problema i eventualno traženje rešenja. Raziličiti sistemi logike sa dinamičkim pristupom u tom smislu pojavljuju se kao kandidati.

U ovom tekstu mi ćemo predstaviti ukratko opšti okvir teorije društvenog odlučivanja. Počećemo izlaganjem Erovljeve teoreme oko koje se cela problematika konstituisala: problem nemogućnosti postojanja funkcije društvenog blagostanja. Pomenućemo jednu opciju za rešenje pradoksa koju je predložio Dankan Blek, naime, postojanje jednovršne strukture preferencija. Zatim ćemo izložiti problem agregacije sudova sa idejom da je to širi problem u koji se problem agregacije preferencija može uklopiti. Izložićemo soluciju paralelnu ideji jednovršnosti kod agregiranja preferencija, naime zahtev za jednodimenzionalnim poretkom individua u odnosu na njihov sud o svakoj propoziciji. Kao ključno pitanje tada se nameće način na koji je moguće postići ovakvu strukturu kao i sredstva za ispitivanje takvog poretka. Mi ćemo predložiti platformu za istraživanje u kome bi takvu ulogu mogla da igra teorija revizije verovanja – teorija koja deluje blisko povezana sa pomenutim domenom istraživanja, ali koja do sada nije bila eksplicitno povezivana sa ovim konkretnim problemom.

Opšti značaj teorije društvenog odlučivanja dugo nije bio shvaćen, iako je još u XVIII veku Kondorse postavio neka uznemirujuća pitanja o prirodi procedura glasanja. On je tada izložio „paradoks glasača", ali sve do XX veka njegov pronalazak imao je malo odjeka. 1940. dokaz je ponovio Duncan Black i tek tada je privukao pažnju teoretičara, između ostalih – Keneta Eroua.Teorija društvenog izbora razvijala se na početku upravo oko ovog problema.

Pretpostavimo da grupu čine tri osobe, A, B i C koje biraju između tri alternative x, y i z. Dodajmo da izbor među aletrnativama može biti veoma značajan za čitavo društvo, uzmimo Erovljev primer – da društvo bira između opcija *razoružavanje*, *hladni rat* ili *potpuni rat*[1]. Osobe biraju među alternativama metodom proste većine koja se sukcesivno primenjuje na parove alternativa. Pogledajmo sledeći poredak preferencija među glasačima:

A	B	C
x	y	z
y	z	x
z	x	y

Za društveni izbor C (choice) među alternativama tada važi :

C (x, y) = x; C (y, z) = y; C (x, z) = z

Dobijene preferencije su očigledno ciklične – iako svaka osoba pojedinačno ima tranzitivan poredak preferencija, ishod glasanja nije tranzitivan: većina preferira x u odnosu na y, y u odnosu za z, ali z u odnosu na x. Osnovni problem nije akcija glasača nego struktura njihovih preferencija. U takvoj situaciji, vlada ne bi bila u stanju da usvoji neku racionalnu politiku, jer za koji god korak da se odluči – većina u društvu preferira nešto drugo.

Više toga reći ćemo o tranzitivnosti kada budemo prešli na izlaganje uslova racionalnosti, ali valja napomenuti da je to jedan od stndarda koherentnosti logičkog mišljenja uopšte. Prirodno je zahtevati da preferencije pojedinca budu tranzitivne, ali šta je sa grupom? S druge strane, ako bismo nametnuli tranzitivnost, pa iz C (x, y) = x i C (y, z) = y izveli po tranzitivnosti C (x, z) = x, tada bismo dozvolili da osoba A bude diktator, jer samo ona preferira x u odnosu na z.

Jedan od načina da se problem prevaziđe jeste da se dozvoli kardinalna funkcija korisnosti i interpersonalno sameravanje preferencija. Ukoliko bismo bili u stanju da izmerimo jačinu preferencija svakog člana onda bismo, pripisivanjem kardinalnih vrednosti svakoj alternativi, mogli da dobijemo poredak alternativa prema jačini kojom ih individue preferiraju. Ali ovaj postupak, koji su zastupali utilitaristi poput Bentama, Edžvorta, Maršala i td., naišao je na nesavladive teškoće i može se reći da nikad nije ni ponuđen neki zaista adekvatan način da se preferencije sameravaju.

Da bi izbegao problem kardinalnog merenja korisnosti, Bergson je predložio uvođenje *funkcije društvenog blagostanja* (FDB), funkcije koja bi uključivala poređenje među alternativama isključivo po ordinalnoj skali. Ako bi se usvojili neki osnovni vrednosni sudovi kao način agregiranja individualnih želja, ekonomisti bi mogli da istražuju koji mehanizmi socijalnog izbora zadovoljavaju te sudove vrednosti. Na ovom mestu nastupa Erovljeva teorema sa svojim zbunjujućim rezulta-

1 Kenneth Arrow, *Social Choice and Individual Values*, Wiley IIed, New York, 1963, str 2.

tom. Pitanje koje ona nameće je da li su ti sudovi među sobom konzistentni i da li postoji neki mehanizam društvenog izbora koji ih zaovoljava?

Pogledajmo najpre polazne premise koje je Erou usvojio. Njegov koncept racionalnosti preuzet je iz moderne ekonomske teorije. Treba naglasiti da se ovde radi o normativnoj, a ne o deskriptivnoj teoriji odlučivanja – posmatraju se savršeno racionalni pojedinci (u smislu koji će biti objašnjen), koji znaju kom cilju teže i koji nastoje da taj cilj realizuju. Racionalni donosioci odluka rukovode se principom maksimizacije lične dobrobiti. Grupa se posmatra kao formalna celina čiji se opstanak ne dovodi u pitanje – bez rasturanja grupe treba da se donese zajednička odluka. Članovi su ravnopravni među sobom, dobro informisani i ocenjuju samostalno ponuđene alternative na osnovu vlastitih kriterijuma i preferencija. Pri tom se poredak preferencija svakog člana u toku vremena ne menja.

Svaki poredak preferencija treba da zadovolji sledeće uslove racionalnosti, pri čemu usvajamo sledeće skraćenice:

P – preferirati; I – biti indiferentan

1) ASIMETRIČNOST

01. Ako xPy onda nije yPx.

02. Ako xPy onda nije xIy.

03. Ako xIy tada nije xPy i nije yPx.

2) POTPUNOST

04. Ili xPy ili yPx ili xIy.

Ovaj uslov uslov zahteva da racionalan pojedinac između svake dve alternative bude u stanju da napravi poredak, bez obzira koliko su alternative slične ili različite.

3) TRANZITIVNOST

05. Ako xPy i yPz onda xPz.

06. Ako xPy i xIz onda zPy.

07. Ako xPy i yIz onda xPz.

08. Ako xIy i yIz onda xIz.

Već smo videli na „paradoksu glasača" kako narušavanje uslova tranzitivnosti može da dovede do cikličnih preferencija i da blokira društveni izbor. Ovaj uslov nije uvek jednostavno zadovoljiti.

Osoba se smatra racionalnom ako su njene odluke izraz vlastitih preferencija koje zadovoljavaju uslove 1), 2) i 3). Pri tom je bitno napomenuti da se termin *racionalan* nikad ne upotrebljava za nečije ciljeve već za sredstva kojima se koristi da ih ostvari. Pojedinac je racionalan ukoliko svojim postupcima nastoji da maksimizira postavljene ciljeve, bez obzira kako drugima ti ciljevi izgledali i da li su oni opravdani sa etičkog stanovišta ili zadovoljavaju tuđe ukuse. Prema Daunsovoj analizi[2], racionalna individua postupa na sledeći način: 1. Ona uvek može da donese odluku kada je suočena sa nekim rangom alternativa; 2. Rangira sve alternative prema svojim preferencijama tako da za svaki par alternativa ili preferira prvu u odnosu na drugu ili drugu u odnosu na prvu ili je indiferentna među njima; 3. Njene preferencije su tranzitivne; 4. Uvek bira među mogućim alternativama onu koja je rangirana najviše u njenom poretku preferencija; 5. Uvek pravi istu odluku kada je suočena sa izborom između istih alternativa.

Zadovoljeni uslovi racionalnosti omogućavaju postojanje procedure kolektivnog izbora čijom primenom grupa može uvek da dođe do jedinstvenog poretka alternativa među kojima bira, pri čemu taj poredak neće zavisiti od same procedure izbora. Ali za razliku od individualnog odlučivanja, gde je racionalnost dovoljan uslov, kod društvenog odlučivanja želimo da procedura odlučivanja bude prihvatljiva i sa etičkog stanovišta, tj. da zadovoljava neke demokratske principe. Osnovni problem je kako pomiriti zahteve racionalnosti sa zahtevima pravde i demokratije? Grupni izbor treba razviti iz preferencija svakog člana, pri čemu, po pretpostavci, svaki član ima poredak preferencija uređen po ordinalnoj skali, koji zadovoljava uslove racionalnosti 01.-08. Skup individualnih poredaka alternativa jeste *profil* grupnih preferencija. FDB tada predstavlja proces ili pravilo koje za svaki skup individualnih poredaka P1...Pn, za alternative socijalnih stanja (jedan poredak za jednu individuu), pronalazi odgovarajući socijalni poredak alternativa P.[3]

Cilj društva je opisan tako da maksimizira društveno blagostanje, pri čemu nije potrebno pretpostaviti merljivost blagostanja – sve što je potrebno je poredak koji zadovoljava uslove racionalnosti. Ono što se zahteva za takvo uređivanje je da relativni poredak svakog para alternativa bude poznat. Pređimo sada na izlaganje etičkih uslova.

1.U (The unrestricted domain condition) – Uslov neograničenog domena.

Ovaj uslov zahteva da FDB daje socijalni poredak alternativa za svaki mogući profil preferencija. Drugim rečima, pravilo društvenog izbora treba da uzme u obzir sve logički moguće kombinacije individualnih poredaka. Ovo je uslov za koji mnogi Erovljevi kritičari smatraju da je prestrog i da ga treba ublažiti. Ali treba imati u vidu da je to vrlo bitan etički uslov jer on garantuje potpunu slobodu izjašnjavanja svakog člana i nalaže da se pri izboru podjednako vrednuju preferencije svih.

2. D (Nondictatorship condition) – Uslov nepostojanja diktatora.

FDB ne sme da bude diktatorska, odnosno ne sme uvek da bude identična poretku preferencija jednog člana. U društvu ne sme da postoji pojedinac čiji poredak

2 Anthony Downs, *An Economic Theory of Democracy*, New York: Harder and Row, 1967., str 6.

3 Kenneth Arrow, *Social Choice and Individual Values*, Wiley IIed, New York,1963.,str 12.

preferencija automatski važi za društveni izbor. Ovo je u potpunosti demokratski princip. Ukoliko bi pomenuti pojedinac bio ekspert, njegova odluka bi možda bila racionalnija od zajedničke odluke društva, a sigurno bi često bila donesena brže i efikasnije, ali to protivreči principima demokratije.

3. CS (Citisen's sovereignty condition) – Uslov suverenosti građana.

Za svaki par alternativa x i y, postoji makar jedan profil preferencija za koji FDB daje kolektivni poredak koji rangira x iznad y. Cilj ovog uslova je da se isključi mogućnost konstantne FDB, tj. FDB koja nameće isti poredak alternativa za svaki poredak preferencija. Pri tome ovaj nametnuti poredak ne mora da odgovara poretku alternativa ni jednog od članova društva, tako da FDB ne mora biti diktatorska ako je konstantna.

4. PA (Positive association of social and individual values) – Uslov pozitivne asocijacije između individualnih i kolektivnih vrednosti.

Ako FDB rangira alternativu x iznad y za dati profil, mora takođe da rangira x iznad y u svakom profilu koji je isti kao original, osim po tome što je jedan član premestio x iznad u svom rangiranju.

5. I (The independence of irrelevant alternatives) – Uslov nezavisnosti od irelevantnih alternativa.

FDB mora da ostvaruje kolektivni poredak upoređujući dve po dve alternative, uzete izolovano od ostalih. Kada je uslov I zadovoljen, grupni izbor može da se sprovede poređenjem alternativa po parovima, tj. glasanjem. Ovo je veoma bitan uslov jer sprečava strateško ponašanje glasača. Često se dešava da se naknadnim ili privremenim uvođenjem novih alternativa utiče na rezultat izbora, što omogućava manipulativno ponašanje nekih od članova društva. Osim toga, ovaj uslov omogućava da se alternative rangiraju po ordinalnoj skali i da se isključi kardinalno pripisivanje korisnosti preferencijama.

Polazeći od ovih premisa Erou je dokazao svoju čuvenu teoremu: Za tri ili više date alternative i dva ili više članova grupe, ne postoji nijedna FDB koja istovremeno ispunjava uslove racionalnosti i etičke uslove.[4]

Alarmantni zaključak Erovljeve teoreme naveo je mnoge da preispitaju uslove teoreme i pokušaju da njihovom izmenom ili ublažavanjem postignu pronalaženje FDB-a ili nekog njenog prihvatljivog ekvivalenta. Većina kritičara smatra da su uslovi suviše rigorozni, naročito uslovi U i I. Ublažavajući neke od uslova možemo se nadati da ćemo postići pravilo društvenog izbora. Ukoliko izostavimo uslov U i

4 Zbog obima ovog rada mi ćemo izostaviti dokaz teoreme. On se može naći u Kenneth Arrow, *Social Choices and Individual Values*,Wiley IIed, New York,1963. ili u takozvanoj Pareto-verziji koja je nešto lakša za dokazivanje, u M.Resnik, *Choices*, University of Minnesota Press, Minneapolis,1987.

blago izmenimo ostale uslove doći ćemo do skupa uslova koji zadovoljava prosto pravilo većinskog izbora. U analizama procedura glasanja danas često se umesto uslova U dodaju neki drugi etički uslovi, kao što su uslov A, uslov *anonimnosti*, koji garantuje stabilnost ishoda odlučivanja pri razmenama preferencija među pojedincima pa obezbeđuje isti tretman svim članovima društva (što je bio bitan deo funkcije uslova U); zatim uslov M, uslov *monotonosti*, koji zahteva da dodatna podrška alternativi koja je u datom postupku najbolja ne utiče negativno na plasman te alternative; i uslov N, uslov *neutralnosti*, koji zahteva da izborna procedura ne favorizuje nijednu alternativu. Za ovakvu listu uslova, moguće je pronaći procedure koje ih zadovoljavaju, ali problem je u tome što zadovoljavanje ovih ublaženih uslova još uvek ne garantuje potpunu etičku prihvatljivost procedure.

Pokušaj Amartija Sena da ublaži uslove tranzitivnosti, takođe dovodi do rezultata da postoji FDI, *funkcija društvenog izbora* – postupak društvenog odlučivanja kojim se na osnovu profila individualnih poredaka određuje najbolja ili podskup najboljih opcija. Uslovi racionalnosti se različito definišu u zavisnosti od toga da li se radi o postizanju FDB-a ili FDI-a. Njegov rezultat je dakle, da postoji demokratsko pravilo koje zadovoljava neke blaže uslove racionalnosti.

Mi ćemo se zadržati na jednom rešenju koje podrazumeva ublažavanje etičkog uslova U, tj. u kome se uvodi restrikcija nad neograničenim domenom. Ovo rešenje je predložio Dankan Blek koji je uveo uslov *jednovršnosti* i tako ostvario FDB koja ispunjava uslove racionalnosti i sve etičke uslove, osim U.[5] Pretpostavimo da glasači mogu da poređaju sve alternative među kojima biraju po jednodimenzionalnom kontinuumu. Kombinacija preferencija je jednovršna ako postoji poredak alternativa od desna na levo takav da: 1. svaka individua ima alternativu koju preferira i 2. preferencije svake individue su opadajuće na obe strane kako se udaljavaju od najbolje rangirane alternative. Nazovimo Ω poredak alternativa koji je takav da je opadajući od desna na levo.[6] Formalno, poredak jedne idividue Oi biće jednovršan u odnosu na Ω ako za svake tri alternative x, y i z, ako se y nalazi između x i z u odnosu na Ω, xPiy implicira xPiz. Ovo isključuje mogućnost da xPiy i zPix važe istovremeno, tj. ne postoji deklinacija između x i z u tački y Za svaku individuu, trivijalno postoji poredak Ω takav da je u odnosu na njega poredak te individue jednovršan. Ali pitanje je da li u društvenom odlučivanju postoji takav poredak Ω u odnosu na koji su preferencije svakog od članova grupe jednovršne, tj. tražimo strukturu u kojoj će kombinacija preferencija svih individua biti jednovršna na istoj osi. Za primer takve jednovršne strukture možemo uzeti sledeću kombinaciju preferencija između četiri člana jedne grupe:

5 D. Black "On the rationale of group decision-making", *Journal of Political Economy* 56, 1948. 23.–34. str.

6 Levo i desno ovde koristimo u geometrijskom smislu.

Individua 1 : x, y, z; Individua 2 : z, y, x; Individua 3 : y, x, z; Individua 4 : y, z, x

Ovaj profil je jednovršan. Međutim, ako bismo mu pridodali individuu 5 sa preferencijama (x, z, y) on to više ne bi bio.

Dankan Blek je dokazao teoremu po kojoj ako postoji ovakva struktura među glasačima i ako je broj glasača neparan, onda postoji *središnji glasač* (glasač koji je na takvom mestu u strukturi da ima isti broj individua sa leve i sa desne strane) takav da njegov poredak preferencija pobeđuje protiv svih u većinskom glasanju, što nam garantuje aciklični ishod društvenog odlučivanja. Ovakva procedura bi dakle dala FDB koja zadovoljava sve Erovljeve uslove, osim uslova U, jer smo na domenu uveli restrikciju. U novije vreme Gerlein (2004.) nastavio je ideju Niemija, Tuloka i Kempela koji su smatrali da jednovršnost jeste dovoljan, ali ne i nužan uslov za otklanjanje paradoksa. Empirijska istraživanja pokazuju da je dovoljno da 75% glasača racionalizuje svoje preferencije u smislu jednovršne dimenzionalne strukture pa da možemo da garantujemo izbegavanje paradoksa. Prema Listu jednovršnost možemo interpretirati kao „meta-slaganje“ među individuama. Individue ne moraju da se slažu o tome koja je alternativa najbolja, ali treba da se slažu po pitanju toga da u društvu mora da postoji jednovršna struktura preferencija.[7] U tom smislu jednovršnost postaje pitanje racionalnosti.

Kao što je najavljeno sada ćemo preći na izlaganje jednog srodnog rezultata nemogućnosti koji je razvijen od strane Lista i Petita, a koji se odnosi na problem agregacije sudova više osoba po pitanju logički povezanih iskaza. Pogledajmo primer tri individue (npr. tri eksperta čije je mišljenje podjednako plauzibilno) i tri iskaza o kojima oni treba da donesu svoj sud:

P : Deficit u budžetu premašiće naredne godine dozvoljenu granicu.

P→Q : Ako će deficit u budzetu premašiti dozvoljenu granicu treba smanjiti javnu potrošnju.

Q: Treba smanjiti javnu potrošnju.

Tri eksperta treba da odgovore sa „da“ ili „ne“ na svako od ovih pitanja. Pogledajmo sledeći profil njihovih sudova:

	P	P→ Q	Q
Individua 1	da	da	da
Individua 2	da	ne	ne
Individua 3	ne	da	ne

7 C. List, „Deliberation and Agreement“ u *Can The People Govern? Deliberation, Participation and Democracy,* Shawn W. Rosenberg (ed.), Basingstake, 2005., str. 6.

Situacija koju imamo je čudna – zaključak Q nije prihvaćen od strane većine iako su obe premise, P i P→ Q prihvaćene od strane većine. Drugim rečima kolektivni sud nije konzistentan iako je sud svake individue konzistentan. Ovaj pradoks poznat je kao *diskurzivna dilema* i bliska je Kondorseovom paradoksu. Ovu analogiju možemo pogurati i malo dalje – kao što je Erou pokazao da Kondorseov paradoks vodi opštijem problemu agregacije preferencija, List i Petit su dokazali 2002. teoremu o opštoj nemogućnosti agregacije sudova po pitanju iskaza koji su logički povezani uopštavajući diskurzivnu dilemu. Oni su pokazali da ne postoji zadovoljavajuća funkcija agregacije ovakvih sudova koja u isto vreme zadovoljava uslove racionalnosti i minimalne etičke uslove.

Pogledajmo skup individua N, N={ 1,2,3..,n} gde je $n\geq 2$ i skup iskaza o kojima treba suditi X, X={ P, Q, P→Q, R...}. (Da slučaj ne bi bio trivijalan, u skupu X nalaze se bar dva iskaza P i Q i njihova konjunkcija). Svaka individua $i\in N$ ima svoj skup sudova o iskazima u X, i taj skup čini skup Φ_i. Ako individua i prihvata φ pišemo $\varphi\in\Phi_i$. Profil individualnih skupova sudova definišemo kao n-torku svih pojedinačnih skupova sudova (jedan skup za jednu individuu), $\{\Phi_1,\Phi_2...\Phi_n\}$ ili $\{\Phi_i\}_{n\in N}$. Svaki skup sudova, individualan ili kolektivan, mora da zadovolji uslove racionalnosti koje definišemo na sledeći način:

I. Skup sudova je *konzistentan* ako za svako $\varphi\in X$: ili $\varphi\in\Phi$ ili $\sim\varphi\in\Phi$.

II. Skup sudova je *potpun* ako za svako $\varphi\in X$ važi isključivo jedno od dva : $\varphi\in\Phi$ ili $\sim\varphi\in\Phi$.

III. Skup sudova je *deduktivno zatvoren* ako za svako $\varphi\in X$: ako Φ implicira φ, onda $\varphi\in\Phi$.

Funkcija agregacije F koju tražimo, ima za input individualne skupove sudova koji su konzistentni, potpuni i deduktivno zatvoreni, a kao autput daje kolektivni skup sudova koji takođe treba da ima navedene osobine. Primer takve funkcije agregacije bila bi funkcija većinskog glasanja:

$\{\Phi_i\}_{i\in N}\in D$, $F(\{\Phi_i\}_{i\in N}) = \{\Phi\in X \,|\{ i\in N : \varphi\in\Phi_i | \geq n/2\}$

Međutim, kao i u slučaju agregacije preferencija, uslovi racionalnosti nisu jedini koje želimo da zadovolji ova funkcija. Ponovo, tu su izvesni minimalni etički uslovi:

1.U (The unrestricted domain condition) – Uslov neograničenog domena.

Funkcija agregacije sudova prihvata sve logički moguće profile individualnih sudova. Ako obeležimo sa U skup individualnih sudova koji zadovoljavaju uslove racionalnosti, kažemo da je domen D=U.

2. A (Anonymity) – Uslov anonimnosti.

Ovaj uslov zahteva da rezultat izbora ne zavisi od permutacija među sudovima. On služi da ustanovi istu vrednost svih individua koji učestvuju u izboru.

Formalno : za svako $\{\Phi_i\}_{n\in N}$ u domenu F i svaku permutaciju $\sigma : N \rightarrow N$, $F(\{\Phi_i\}_{n\in N}) = F(\{\Phi_{\sigma(i)}\}_{n\in N})$.

3. S (Systematicity) – Uslov sistematičnosti.

Ovaj uslov zahteva dve stvari. Prvo, kolektivni sud o jednom iskazu ne zavisi ni od čega osim od individualnih sudova o tom iskazu i drugo, isto važi za svaki iskaz. Ovaj uslov igra istu ulogu kao zahtev da ne postoje nerelevantne alternative kod agregacije preferencija. Formalno:

Postoji funkcija $f : \{0,1\}^n \rightarrow \{0,1\}$ takva da :

za svako $\{\Phi_i\}_{n\in N} \in D$,

$F(\{\Phi_i\}_{n\in N}) = \{\varphi \in X : f(\delta_1(\varphi), \delta_2(\varphi), \ldots \delta_n(\varphi)) = 1\}$ ili

za svako $i \in N$ i svako $\varphi \in X$:

$\delta_i(\varphi) = 1$ ako $\varphi \in \Phi_i$

$\delta_i(\varphi) = 0$ ako $\varphi œ \Phi_i$

List i Petit dokazali su teorem o nemogućnosti postojanja funkcije agregacije sudova o logički povezanim iskazima koja zadovoljava uslove U, S i A i koja daje autput koji je konzistentan, potpun i deduktivno zatvoren.[8]

Dva rezultata nemogućnosti, nemogućnost postojanja funkcije agregacije preferencija i nemogućnost postojanja funkcije agregacije sudova o logički povezanim iskazima, deluju povezana, ali koja je njihova veza nije sasvim lako utvrditi. Nijedan od dva teorema nije logička posledica drugog. Prvi korak je da se odgovori na pitanje da li je neki rezultat opštiji i koji. List i Petit su išli za tim da pokažu kompatibilnost generalnih okvira ova dva teorema. Izgleda da je okvir teorema o nemogućnosti agregacije sudova ipak širi i da se u njega može smestiti i teorem o nemogućnosti agregiranja preferencija. Kako je poredak preferencija binarna relacija, on može biti predstavljen u logici prvog reda. Odatle, poredak alternativa x>y>z može da se predstavi kao skup iskaza P_i = { xRy, yRz, xR z, xRx, yRy, zR z} (gde « R » znači *preferirati ili biti indiferentan*). Svaki poredak R_i može biti predstavljen kao skup iskaza u računu predikata tj. kao skup sudova. List i Petit argumentuju da je Kondorseov paradoks specijalan slučaj diskurzivne dileme, a Erovljeva teorema, teoreme o nemogućnosti agregacije sudova.[9] Ipak ovo nije tako jednostavno dokazati. Teškoća je u tome što teorem o nemogućnosti agregacije sudova ne izlazi iz okvira iskaznog računa, dok je za Erovljevu teoremu potreban bogatiji, predikatski račun. Ipak problem možda nije nepremostiv. List i Petit su pokušali da prošire okvir teoreme o nemogućnosti agregacije sudova tako da ona može da se primeni na iskaze izražene u računu prvog reda. Tako su dobili prevod teoreme koja

8 C. List, P. Pettit, "Aggregating Sets of Jugments: an Impossibility Result" u *Economics and Philosophy* 18, 98.-110. str.

9 C. Liste, P. Pettit, "Aggregating sets o jugments : Two Impossibilty Results Compared" u *Economics and Philosophy* 18, 89.-110. str.

je vrlo bliska Erovljevoj teoremi, mada ne sasvim identična, u okviru teoreme o nemogućnosti agregacije sudova o logički povezanim iskazima.[10] Odnos dve teoreme je i dalje polje otvoreno i zanimljivo za istraživanje ali nam se čini da ipak teoremu o nemogućnosti agregacije sudova treba posmatrati kao opštiju u okviru koje se može smestiti rezultat o nemogućnosti agregacije preferencija, pa će ovaj tekst nastaviti razmatranje u tom smeru.

Kao što smo videli, uslov U je zajednički za obe teoreme. Način da se on oslabi u okviru problema agregacije preferencija bio je da se zahteva postojanje jednovršnosti u strukturi preferencija. Sličnu restrikciju možemo zahtevati i kod agregacije sudova. Analogna restrikcija u okviru problema agregacije sudova jeste zahtev da postoji *jednodimenzionalno prostiranje* u strukturi sudova*,* UA (*unidimensional alignement*). Ponovo tražimo strukturu među poretkom individualnih sudova koja garantuje aciklični poredak kolektivnih sudova i koja nam tako omogućava da se oslobodimo paradoksa. Univerzalno prostiranje jeste jedna takva struktura – to je takva struktura individua u odnosu na njihove sudove o svakom iskazu, da za svaki iskaz, sve individue koje ga prihvataju jesu ili sve levo ili sve desno u odnosu na individue koje ga odbijaju. Pogledajmo primer profila koji zadovoljava zahtev univerzalnog prostiranja:

	Individua 1	Individua 2	Individua 3	Individua 4	Individua 5
P	ne	ne	ne	ne	da
$P \rightarrow Q$	da	da	da	da	ne
Q	da	da	ne	ne	ne

Formalno : $\{\Phi_i\}_{i \in N}$; za svako $\varphi \in X$:

N prihvata $\varphi = \{ i \in N: \varphi \in \Phi_i \}$; N odbija $\varphi = \{ i \in N: \varphi \in \Phi_i \}$

Nazovimo Ω linearni poredak za individue.

N_1, $N2 \subseteq N$

$N_1 \Omega\, N_2$= za svako $i \in N_1$ i svako $j \in N_{2,}\, i \Omega j$.

Jedan profil $\{\Phi_i\}_{i \in N}$ zadovoljava UA ako postoji poredak Ω u N takav da : za svako $\varphi \in X$ ili N prihvata φ Ω N odbija φ ili N odbija φ Ω N prihvata φ.

Naravno, osobe koje prihvataju ili odbijaju φ ne moraju obavezno da postoje. Ukoliko sve individue u grupi prihvataju ili sve odbijaju neki iskaz, trivijalno postoji jednodimenzionalno prostirasnje u strukturi.

10 Ibid. apendix, 20.-21. str.

List je dokazao da ukoliko postoji ovakva struktura među glasačima, većinsko glasanje jeste jedina procedura koja garantuje konzistentan, potpun i deduktivno zatvoren rezultat agregiranja sudova.[11] Ukoliko je broj individua neparan, onda postoji središnja individua m u odnosu na Ω (individua koja ima isti broj individua na svojoj levoj i na svojoj desnoj strani) i njen poredak sudova pobeđuje protiv svih drugih u većinskom glasanju. Formalno, $|\{ i\in N : i\Omega m\}| = |\{ i\in N : m\Omega i \}|$

Ukoliko je broj individua paran, onda postoji središnji par m_1, m_2 čiji presek individualnih poredaka sudova daje rezultat glasanja. Formalno, $m_1\Omega\, m_2$;

Ne postoji individua i takva da : $m_1\Omega i$ i $i\Omega\, m_2$

$|\{ i\in N : i\Omega m_1\}| = |\{ i\in N : m_2\Omega i \}|$

Kao i kod jednovršnosti, za jednu individuu trivijalno postoji jednodimenzionalno prostiranje. Uslov postaje značajan kada se uzme u obzir grupa za čije sudove treba pronaći takvu strukturu. Za razliku od jednovršnosti kod koje smo pravili strukturu među alternativama, ovde se radi o poretku individua. Ovaj uslov nije toliko ispitivan kao uslov jednovršnosti. On otvara mogućnosti za različita logička i empirijska istraživanja. Ključno pitanje je kako postići zadovoljenost UA uslova u situaciji društvenog izbora. Jedan put je da se okrene empirijskom istraživanju u stvarnim situacijama odlučivanja kojima bi mogla da se traži statistička frekvencija pojavljivanja jednodimenzionalnog prostiranja u strukturi, kao i da se ispituju faktori od kojih ostvarenje ove strukture zavisi. Ovaj put, koji nije dovoljno eksploatisan, mogao bi da da vrlo značajne i zanimljive rezultate. Mi ćemo ipak u ovom tekstu nagovestiti drugi mogući put za istraživanja – naime, koja nova logička sredstva mogu da nam pomognu u ostvarenju jednodimenzionalne strukture prostiranja među glasačima i da li nam ona mogu pomoći u pronalaženju procedure koja joj se barem približava. Mi ćemo sugerisati traženje solucije u okviru srodne oblasti koja sa ovim problemom do sada nije bila povezana, naime u okviru teorije revizije verovanja koju je predložio Sebastijan Konicni. Pratićemo ideju po kojoj je slučaj agregiranja sudova opštiji tako da se u njegov okvir može prevesti i slučaj agregiranja preferencija.

Konicni je predložio jednu igru revizije verovanja koja je dinamička i odvija se između više agenata.[12] Naša ideja je da se ova logička igra, razvijena u jednoj nezavisnoj oblasti, može iskoristiti kao inspiracija za konstruisanje jedne srodne logičke igre, prilagođene slučaju agregiranja sudova, tako da može da služi za analizu samog uslova strukture jednodimenzionalnog prostiranja i da može da vodi

11 C. List, "A Possibility Theorem on Agrégation Over Multiple Interconnected Propositions" u *Mathematical Social Sciences* 45, 2003, 1.-13. str.

12 Sébastien Konieczny, "Belief Base Merging as a Game", u *Journal of Applied Non-Classical Logics*, volume 14, 3/ 2004, 275. – 294. str.; Anthony Hunter, Sébastien Konieczny, "On the measure of conflicts: Shapley Inconsistency Values" u *Artificial Intelligence* 174(14), 2010. 1007.-1026. str.

nekim zaključcima o tome na koji način se ova struktura može ostvariti. Ovde ćemo izložiti samo skicu za mogući rad u ovom smeru.

U brojnim tekstovima u kojima se bavi problematikom sameravanja i revizije verovanja, Konicni je uveo čitavu porodicu operatora koji služe ovoj svrsi i kojima ispituje baze verovanja u igri između različitih izvora. *Izvori* jesu pojedinačne baze verovanja koje se sastoje iz iskaznih formula povezanih u konjunkciju. Baze verovanja mi ćemo posmatrati kao skupove iskaza koje prihvata jedna individua. Sada, ako imamo skupove iskaza koji su međusobno inkonzistentni, postavlja se pitanje kako je moguće doći do konzistentne kolektivne baze koja će predstavljati kolektivno verovanje.

Ideja je da u cilju postizanja slaganja neki izvori moraju da oslabe svoje pozicije. Realno je za očekivati da će svaki izvor želeti da nametne svoje mišljenje. Prirodni način za to je traženje najbližih izvora, onih koji su kompatibilniji od drugih, i pokušati formiranje koalicije sa tim izvorima. Tako izvori koji su najudaljeniji, koji se najviše razlikuju, i koji nisu u stanju da naprave jake koalicije, postaju najslabiji. Cilj igre je da se pronađu najslabiji izvori. U svakoj turi najslabiji izvori su obavezni na *pristanak*, tj. na minimalno oslabljenje svojih stavova zarad postizanja koherentnosti kolektivnog verovanja. Ova logička igra zapravo simulira realnu diskusiju među članovima jedne grupe čija se mišljenja razlikuju, a koji su, po pretpostavci, racionalni pojedinci koji su spremni na reviziju svojih verovanja u cilju postizanja dogovora. Igra je dinamička i konstruisana za dva ili više aktera i izgleda da ima dobrih razloga da se koristi kao logičko sredstvo u kontekstu društvenog odlučivanja. Konicni sam pominje tri intuicije koje ovo opravdavaju. Prva je formiranje koalicija među najbližim izvorima, što je česta tendencija u zajedničkom odlučivanju. Druga je da u grupama često postoji neka vrsta socijalnog pritiska na one čije se mišljenje najviše razlikuje od drugih i da ih on čini sklonim da izmene svoje stavove da bi bili prihvaćeni od strane većine u grupi. Treća intuicija je vezana za Kondorseov *teorem sudije.* Ovaj teorem kaže da ukoliko postoji više sudija koji su jednako plauzibilni, najracionalnija opcija je slediti mišljenje većine. Ove intuicije čine se kao dobar razlog da pokušamo da primenimo teoriju revizije verovanja na naš konkretni problem odlučivanja po pitanju logički povezanih iskaza i postizanja jednodimenzionalnog prostiranja. Postizanje ove strukture bi se tada posmatrao kao zajednički cilj do koga je svim igračima u procesu stalo. U tom smislu zahtev za ovakvim ograničenjem domena U (iz etičkog uslova U) zaista bi mogao da se posmatra kao neka vrsta *meta-slaganja*, kako je to sugerisao List, koja se ne bi odnosila na slaganje u mišljenju po pitanju samih sudova, već na slaganje po pitanju toga da je među različitim skupovima sudova pojedinaca potrebno doći do jednodimenzionalne strukture. U tom smislu bi se cela igra revizije verovanja posmatrala kao racionalizacija sudova pojedinaca, kada je to neophodno, u smeru postizanja cilja. Saglasnost individua da uđu u ovakvu *igru* sačinjavala bi na izvestan način deo njihove racionalnosti.

Sada prelazimo na skiciranje jedne takve igre revizije verovanja. Posmatramo propozicionalni jezik L. Kao interpretaciju uzimamo funkciju P, $P \rightarrow \{ 0,1 \}$. Formule izražavaju iskaze o kojima treba suditi – φ je jedna takva formula. Jedna interpretacija w je *model* za φ akko w čini φ istinitim u klasičnom smislu, $w \models \varphi$. W je skup svih interpretacija. Mod (φ) je skup svih modela za φ.

$\mathrm{Mod}(\varphi) = \{ w \in W \mid w \models \varphi \}$. φ je jedna baza verovanja. To je jedna konzistentna iskazna formula ili skup formula u konjunkciji. Već smo rekli da baza verovanja jeste skup iskaza prihvaćen od strane jedne individue. Ψ je multi-skup svih baza verovanja $\varphi_1 \ldots \varphi_n$ tj.*profil*. (Baze ne moraju biti sve različite.)

Kolektivni profil verovanja je konzistentan ako je Ψ konzistentan. # (Ψ) je kardinal skupova, broj članova u skupu.

Na početku igre imamo različite baze verovanja. Cilj je da se izmene tako da postanu međusobno bliskije tj. da se postigne među njima jednodimenzionalna struktura prostiranja. Igra se odvija u više tura. U svakoj turi napredujemo uz pomoć dve funkcije 1) *funkcije izbora*, koja bira među izvorima one koji su najslabiji i koji *gube*, 2) *funkcije slabljenja*, koja treba da oslabi izabrane baze verovanja. Za ove dve funkcije važi sledeće:

1. Funkcija izbora :

$g : \varepsilon \rightarrow \varepsilon$, gde je ε skup ne-praznih profila.

- $g(\Psi) \in \Psi$
- ako $\Psi \equiv \Psi'$, onda $g(\Psi) \equiv g(\Psi')$

2. Funkcija slabljenja :

$\blacktriangledown : L \rightarrow L$

– $\varphi \vdash \blacktriangledown(\varphi)$

– ako $\varphi \equiv \varphi'$, onda $\blacktriangledown(\varphi) \equiv \blacktriangledown(\varphi')$

Za profile : $\Psi' \subseteq \cup \Psi$

$\blacktriangledown_{\Psi''}(\Psi) = \cup_{\varphi \in \Psi''} \blacktriangledown(\varphi) \cup \cup \varphi_{\varphi \in \Psi/\Psi''}$

Slabimo samo baze verovanja u Ψ koje se takođe nalaze u Ψ’, tj. one koje su izabrane funkcijom izbora, ostale baze se ne menjaju. Funkcije su takve da kada imamo dve ili više istih baza verovanja, ako je jedna izabrana za slabljenje, onda i sve ostale koje su iste kao ona moraju biti izabrane za slabljenje. But je predložio igru revizije verovanja kao baze za pregovaranje u kojoj ovo nije slučaj.[13] U njegovom sistemu ukoliko je jedan izvor oslabljen, drugi koji mu je u svemu identičan, ne mora da bude oslabljen. Konicnijeva funkcija je pogodnija za naš problem jer čini izvore anonimnim – koji će sve izbori biti oslabljeni zavisi isključivo od

13 R. Booth, “A Negotiation-Style Framework for Non-prioritised Revision” u *Proceedings of The Eighth Conference on Theoretical Aspects of Rationality and Knowledge*, 2001, 137.-150. str.

poretka sudova među članovima grupe. Model igre revizije verovanja je par £= 〈 g, ▼〉. £ (Ψ) je model igre za profil Ψ. Broj ture u igri pišemo kao indeks. Počinjemo sa profilom Ψ koji odgovara nultoj turi : Ψ_0.

Cilj je da dođemo do Ψ_n, tj. do prve ture u kojoj profil zadovoljava uslov UA.

1. $\Psi_0=\Psi$
2. $\Psi_{i+1}= \blacktriangledown(g(\Psi_i))(\Psi_i)$
3. Ψ_n= prvi profil Ψ_i koji zadovoljava UA.

Sada postavljamo pitanje kakva je to funkcija slabljenja. Za nju postoji više kandidata. Ona može biti drakonska, takva da slabi baze verovanja sve do tautologija. Za našu svrhu tako jaka funkcija bi bila, naravno, neupotrebljiva. Funkcija koju želimo je funkcija koja će da pravi najmanje moguće promene u sudovima pojedinaca, one koje su neophodne za ostvarenje jednodimenzionalne strukture prostiranja. Zgodna funkcija je *funkcija diletacije,* ▼d.

> mod (▼d (φ))={ w∈W | ∃w' ⊧ φ ; d (w,w')≤ 1}, gde je d distanca između dve interpretacije: broj iskaznih slova u kojima se dve interpretacije razlikuju.[14]

Na putu do cilja prvo nam je potrebna funkcija koja će da odredi maksimalni podskup Ψ u kome možemo da nađemo strukturu jednodimenzionalnog prostiranja. Zatim funkcija izbora izabira kao izvore koji *gube* u igri one koji se nalaze izvan te strukture. Izabrani izvori su onda obavezni da minimalno oslabe svoje profile koliko je potrebno da se usklade sa strukturom formiranom od strane većine. Sada možemo da definišemo MAXUA (Ψ) kao maksimalni podskup skupa Ψ koji zadovoljava uslov UA. Definišemo još g^{mua} kao funkciju skupa MAXUA (Ψ) i baze φ_i.

g^{mua} (Ψ)= { φ_i ∈Ψ | h (φ_i , MAXUA (Ψ)) je minimalan}. Funkcija h računa broj podskupova MAXUA(Ψ) kojima φ pripada i za nju važi:

h (φ, MAXUA(Ψ))= # ({ M| M∈ MAXUA (Ψ) et φ∈M})

Tako dolazimo do modela igre: 〈 g^{mua}, ▼δ〉.

Na kraju, pogledajmo primer kako igra funkcioniše. Uzmimo da postoje tri povezana iskaza o kojima se odlučuje (o svakom ponaosob) i šest sudija koji daju svoj sud. Profil njihovih sudova Ψ je sledeći: 1 (ne, da, da) ; 2 (ne, da, ne) ; 3(da, ne, ne) ; 4(da, da, da) ; 5(ne, da, da) ; 6(ne, da, ne). MAXUA ovog skupa je sledeći:

	1	5	6	2	3
a	ne	ne	ne	ne	da
a→b	da	da	da	da	ne
b	da	da	ne	ne	ne

14 U literaturi se on naziva *Haminova* ili *Dalajlova distanca*: dH(w,w')= ({a∈P| w(a)≠w'(a)})

Funkcija izbora g bira individuu 4 kao najslabiji izvor jer je ona izvan MAX-UA tj. izvan maksimalne strukture koja zadovoljava UA. Dakle, φ_4 menjamo sa $\blacktriangledown\delta$ (φ_4)= (ne, da, da). Sada profil zadovoljava UA.

4	1	5	6	2	3
ne	ne	ne	ne	ne	da
da	da	da	da	da	ne
da	da	da	ne	ne	ne

U slučaju kada se pronađe samo jedna struktura MAXUA uz pomoć funkcije h, imamo jedinstven rezultat igre. Međutim, može se desiti da imamo više različitih struktura MAXUA. U tom sučaju postoji više mogućnosti, tj. više kandidata za oslabljenje sudova radi postizanja jednodimenzionalnog poretka. Ono što time ipak dobijamo jeste nova baza za deliberaciju. Jedna mogućnost jeste da različite alternative slabljenja koje su se pojavile budu novi predmet odlučivanja za članove grupe. U tom smislu bi se zaista uhvatila Listova intuicija o tome da postizanje dogovora oko potrebe za postizanjem tražene strukture predstavlja vrstu *meta-slaganja* i da u tom smislu sačinjava deo racionalnosti pojedinaca.

Radmila Jovanović
Filozofski fakultet Univerziteta u Beogradu

Radmila Jovanović

Two Impossibility Results in Public Choice Theory

(Summary)

In this paper we deal with some problems of public choice theory. We start with exposition of Arrow's impossibility result which was the starting point in constitution of a whole problematic: the impossibility of existence of a social welfare function. We will mention one solution to the paradox, proposed by Duncan Black, namely, the existence of single-peaked structure of preferences. Then we will pass to another impossibility result-that of impossibility of aggregation of judgments over multiple interconnected propositions. We will introduce the idea that this problem represents a larger frame in which the problem of aggregating preferences can be embedded. We will expose one solution to that paradox as well – the existence of unidimensional alignment in the structure of individuals. The main question then is by what means do we achieve this kind of a structure? We will propose a skecth for a future study in which a belief revision theory play important role in finding a solution to these problems.

KEY WORDS: over multiple interconnected propositions, belief revision theory