
Dr Vera SPASENOVIĆ
Filozofski fakultet, Beograd
Dušica MALINIĆ
Mr Snežana MIRKOV
Institut za pedagoška istraživanja, Beograd

Izvorni naučni rad PEDAGOGIJA LXII, 2, 2007. UDK: 371.26

OBLICI I SADRŽAJI AKTIVNOSTI U NASTAVI MATEMATIKE¹

Rezime: Prilikom poređenja obrazovnih postignuća učenika iz različitih zemalja potrebno je razmotriti kontekstualne uslove učenja koji mogu uticati na postignuće učenika, a u koje, između ostalog, spada i način organizacije i realizacije nastavnih aktivnosti na času. U radu su predstavljeni nalazi koji se odnose na oblike i sadržaj aktivnosti u nastavi matematike u našoj školi, dobijeni pilot ispitivanjem sprovedenim u okviru međunarodnog istraživanja obrazovnih postignuća učenika osnovnih škola iz oblasti prirodnih nauka i matematike. Konkretnije, analizovani su odgovarajući ajtemi iz upitnika za učenike i nastavnike matematike koji su se odnosili na sadržaj i tipove aktivnosti učenika u nastavi matematike i način realizacije nastave iz ovog predmeta. Istraživanje je sprovedeno u 34 osnovne škole u Srbiji i obuhvatilo je 1461 učenika osmog razreda i 65 nastavnika matematike. Dobijeni rezultati analiziraju se u svetlu savremenih teorijskih i empirijskih saznanja iz oblasti didaktike i poredi sa nalazima dobijenim u drugim sredinama.

Ključne reči: nastava matematike, aktivnosti u nastavi matematike, učenici, osnovna škola, TIMSS istraživanje.

Teorijska razmatranja

Početak XXI veka proces institucionalnog obrazovanja suočava se i dalje sa primedbama koje ga prate više decenija, a potiču od stručne i naučne javnosti, roditelja i laika. Posebno nastava, kao osnovna delatnost u školi, i efekti koji se njome postižu podležu kritičkim primedbama koje se odnose na: usvajanje nefunkcionalnih i knjiških znanja, nepovezanih sa praksom i udaljenih od svakodnevnog života; pasivnost i nedo-

¹ Članak predstavlja rezultat rada na projektu »Obrazovanje za društvo znanja«, broj 149001 (2006–2010), čiju realizaciju finansira Ministarstvo nauke i zaštite životne sredine Republike Srbije.

voljna misaona aktivizacija učenika; neosposobljavanje učenika za samostalno sticanje novih znanja; nepodsticanje razvoja stvaralačkog i kritičkog mišljenja itd. Da bi se to izbeglo, potrebno je izvršiti izmene u nastavnim sadržajima, aktivnostima i načinima rada kako bi učenici ovladali onim znanjima, umenjima i veštinama koja će im biti od koristi u profesionalnom i društvenom životu. A to onda podrazumeva nastavni proces tokom koga bi se učenici podsticali na (1) korišćenje istraživačkih metoda učenja a ne samo na primanje znanja prezentovanih u gotovom vidu; (2) usvajanje povezanih znanja a ne izolovanih činjenica; (3) učenje gradiva sa razumevanjem i isticanje onoga što je bitno a ne memorisanje pojedinačnih informacija; (4) primenu naučenih pojmova, zakona i principa na što veći broj novih i različitih situacija a ne samo na poznate primere; (5) dovođenje u vezu onoga što se uči u školi sa stvarnim životnim situacijama itd. U okviru ovog poglavlja pokušaćemo da odgovorimo na pitanje koje su to aktivnosti kojima učenici treba da se bave na času da bi ovladali matematičkim sadržajima u okviru različitih kognitivnih domena i koje su to adekvatne metode i oblici rada u nastavi kojima bi se to postiglo.

Jedan od načina organizovanja procesa učenja koji doprinosi razvijanju specifičnih oblika aktivnosti učenika i angažovanju složenijih misaonih operacija jeste učenje putem rešavanja problema čime se mogu uspešno da usvajaju matematički pojmovi, operacije, pravila i zakonitosti. Rešavanje matematičkih problema podrazumeva da učenik poznaje činjenice i postupke, da koristi pojmove i da ume da rešava rutinske probleme, ali zahteva i aktiviranje složenijih misaonih operacija kao što su upoređivanje, analiziranje, predviđanje, zaključivanje. Savremena didaktičko-metodička istraživanja u oblasti nastave matematike pokazuju da se prednosti učenja putem rešavanja problema ogledaju u stepenu usvojenosti nastavnih sadržaja kao i primeni i trajnosti stečenih znanja (Cobo & Fortuny, 2000; Muth, 1997). Iako korišćenje ovakvog načina rada u procesu usvajanja znanja iziskuje više vremena, efekti koji se njime postižu opravdavaju potrebu za njegovom primenom kad god je to moguće.

Tokom situacija rešavanja problema, dobro bi bilo da se učenicima omogući da diskutuju o onome što rade, objašnjavaju i demonstriraju svoje ideje, raspravljaju o tome koje je rešenje bolje. Kompleksnije učenje zahteva da mišljenje i vršnjačka interakcija budu na višem kognitivnom nivou, što znači da treba da postoji razmena ideja, informacija, perspektiva i stavova. Drugačije rečeno, podsticajna diskusija podrazumeva postavljanje pitanja, objašnjavanje, postavljanje hipoteza, spekulisanje, upoređivanje, zaključivanje. Ali do toga obično ne dolazi spontano, već je potrebno da nastavnik strukturiše grupnu interakciju eksplicitnim uputstvom čemu diskusija treba da vodi. Da bi se maksimalno iskoristile mogućnosti vršnjačke interakcije u nastavi, potrebno je da su nastavnici obučeni za primenu odgovarajućih metoda i oblika rada u nastavi. Razmena mišljenja među decom o načinima rešavanja problema obično dovodi do pojave kognitivnog konflikta. Konflikt se može posmatrati kao mogućnost za diskutovanje o problemu i za koordinaciju zajedničke aktivnosti usmerene ka rešavanju datog problema. Dovođenjem učenika u situaciju konfrontacije između sopstvene reakcije i reakcija drugih osoba pokreću se mehanizmi kognitivne reorganizacije koji vode prevazilaženju konflikta, odnosno postizanju socijalno izgrađenog razumevanja (Cobo & Fortuny, 2000; Verba, 1998).

Pokazalo se da saradnja tokom vršnjačke interakcije doprinosi uspešnom usvajanju pojmova iz pojedinih nastavnih predmeta (Good *et al.* 1989/90; Tudge & Rogoff, 1989). Tokom saradnje prilikom učenja u paru ili u malim grupama dolazi do veće ak-

tivnosti učenika tokom savladavanja nastavne materije, do unapređivanja veština rešavanja problema, do boljeg razumevanja gradiva i do unapređivanja veština komunikacije i pregovaranja. Pružanje i prihvatanje tuđe pomoći prilikom učenja, posebno u vidu davanja i dobijanja objašnjenja vezanih za nastavno gradivo koje se uči, značajno je za napredovanje i uspešnijih i slabijih učenika (Nattiv, 1994). Na potrebu i značaj obrazlaganja odgovora učenika tokom nastavnog procesa ukazuju i nalazi istraživanja koji potvrđuju da učenici koji daju ili dobijaju samo kratke komentare ili odgovore bez prateće argumentacije postižu slabiji uspeh (Webb, 1989). Naime, pružanje neelaborisanih odgovora ili kazivanje gotovih rešenja ne iziskuje kognitivnu restrukturaciju, pa tako nije povezano sa postignućem niti onih koji daju odgovore, niti onih koji ih primaju. S druge strane, prilikom interpretiranja nastavnog gradiva, tumačenja naučenog i davanja detaljnijih objašnjenja dolazi do restrukturisanja sopstvenog znanja, što doprinosi ostvarivanju boljih obrazovnih rezultata.

Ukoliko se nastavnik opredeli da na času organizuje rad učenika po malim grupama, postavlja se pitanje da li grupe treba da budu homogene ili heterogene u pogledu predznanja, odnosno postignuća. Ovo može biti posebno značajno za nastavu matematike i prirodnih nauka, u kojima se sticanje novih znanja i veština najčešće oslanja, to jest nadograđuje na prethodno usvojena znanja. Neka istraživanja u oblasti nastave matematike pokazuju da je homogeno grupisanje korisnije za učenike koji postižu srednji ili slab uspeh (Fuchs et al., 1998; Webb, 1991). S druge strane, ima i nalaza koji ukazuju da slabiji i prosečni učenici postižu bolje rezultate kada se koristi heterogeno grupisanje, a da uspešni učenici u tim situacijama ništa ne gube (Linchevski & Kutscher, 1998). Tako, recimo, ispitujući kvalitet interakcije i uspešnost učenika koji imaju visoko postignuće iz matematike tokom rada na složenim matematičkim zadacima nađeno je da postoje razlike u ostvarenom uspehu između učenika koji su radili u paru sa uspešnim (homogeno sparivanje) ili sa neuspešnim vršnjakom (heterogeno sparivanje) (Fuchs et al., 1998). Homogeni parovi bili su kooperativniji, stvarali su intenzivniji kognitivni konflikt i kvalitetnije su uradili zadatak. Autori su izveli zaključak da napredniji učenici imaju više koristi u rešavanju složenijih zadataka ukoliko rade u paru sa kompetentnim vršnjakom. U skladu sa ovim su i nalazi istraživanja koje pokazuje da slabiji učenici u okviru homogenih grupa postižu niži uspeh na testovima znanja iz matematike u poređenju sa svojim parnjacima svrstanim u heterogene grupe (Leonard, 2001).

Opredeljenje za korišćenje određenih nastavnih metoda zavisi i od nastavnih sadržaja i postavljenih ciljeva koje treba ostvariti na času. Tako, na primer, primena kooperativnih metoda rada nije uvek i podjednako efikasna za sve tipove časova (recimo, prilikom obrade novog gradiva) (House, 2002). Rad u grupama je, takođe, pogodniji kada se rešavaju složeniji tekstualni zadaci, nego kada se uvežbavaju osnovne računске operacije. Drugim rečima, pozitivne karakteristike grupnog rada dolaze više do izražaja u situacijama kada se od učenika zahteva korišćenje složenijih mentalnih sposobnosti (razumevanje, primena znanja), nego kada se traži ovladavanje matematičkim sadržajima na nižim nivoima kognitivnog rezonovanja (prepoznavanje, reprodukcija).

Osim što matematička znanja često čine osnovu za savladavanje gradiva iz drugih nastavnih predmeta (posebno u okviru prirodnih i tehničkih oblasti), ona su neophodna i za razumevanje i snalaženje u nekim sasvim konkretnim situacijama iz svakodnevnog života. Ovde se, naravno, ne misli samo na primenu elementarnih matematičkih pojmova i operacija. Da bi došlo do transfera znanja iz jedne oblasti u drugu, kao i

do korišćenja usvojenih znanja u realnim životnim situacijama, potrebno je da učenici još tokom školovanja ovladaju domenima sadržaja matematike koji su značajni za snalaženje u praktičnim situacijama. Recimo, informacije i podaci korisni za pojedinca često se mogu naći predstavljeni u obliku različitih tabela, dijagrama, bar-grafikona i grafikona (red letenja, statistički izveštaji, bankarski izveštaji itd.). Da bi se učenici uspešno snašli u toj oblasti, potrebno je da steknu znanja i razviju veštine očitavanja podataka prezentovanih na takav način i da se osposobe za njihovo tumačenje (Correia et al., 2003). Sledeći korak bio bi naučiti učenike kako da sami prikupljaju, organizuju i interpretiraju podatke. Nažalost, iskustva iz naše školske prakse pokazuju da se ovakvim sadržajima pridaje malo značaja.

Savladavanje određenih sadržaja na času matematike često je praćeno zadavanjem domaćih zadataka čija je svrha da učenici samostalno (ili u saradnji sa vršnjacima) uvežbaju i utvrde gradivo rađeno na času, kao i da dodatno produbljuju i proširuju znanje. Iako izrada domaćih zadataka može biti značajna za ovladavanje matematičkim sadržajima, treba voditi računa da se sa njima ne pretera, odnosno da se ne oduzme učenicima suviše vremena, jer se tako kod njih može stvoriti otpor. Osim toga, važno je da domaći zadaci budu optimalne težine, to jest da ih učenici uz ulaganje truda mogu samostalno rešiti, da se ne bi došlo u situaciju da ih roditelji rade umesto njih. Kao što je dobro da odgovori učenika na času budu praćeni davanjem povratne informacije, tako bi trebalo da bude i sa domaćim zadacima, bez obzira na to da li pregledanje i ispravku na času vrši nastavnik, par iz klupe ili sam učenik. Korist od domaćih zadataka veća je ukoliko se na času analizira urađeno, razgovara o teškoćama prilikom njihove izrade i ako služe kao osnova za diskusiju i dalji rad (House, 2002).

Danas se sve češće razmatra i pitanje kakve efekte na ostvarivanje obrazovno-vaspitnih ishoda ima korišćenje novih tehnologija u nastavnom procesu. Razvoj savremene tehnologije, koji je omogućio da se na mnogo lakši i brži način dolazi do novih znanja i informacija, odrazio se i na savremeno obrazovanje. Škola treba da osposobi učenike za korišćenje tehnoloških sredstava, kao i da njihovim korišćenjem u nastavi doprinese jednostavnijem i potpunijem usvajanju određenih programskih sadržaja i osposobljavanju za samostalan rad i učenje. Upotreba digitrona u nastavi pojednostavljuje rešavanje matematičkih zadataka, ali nije dovoljna sama po sebi. Omogućavanje korišćenja digitrona u ovom predmetu ne znači da su učenici oslobođeni učenja matematičkih postupaka. Učenici moraju da nauče da samostalno vrše različite računске operacije, a kad to savladaju, korišćenje digitrona treba da im omogući da efikasnije rešavaju određene segmente složenijih matematičkih zadataka, rutinskih po svojoj prirodi. Analiza istraživačkih radova koji su proučavali upotrebu digitrona u nastavi pokazuje da je u preko sto studija nađeno da korišćenje digitrona unapređuje postignuće učenika, veštine rešavanja problema i razumevanje matematičkih sadržaja (Suydam, prema Tarr et al., 2000). Značajan nalaz jeste i da učenici koji na času koriste digitrone ne postižu slabije rezultate u oblasti računskih operacija u poređenju sa učenicima sa kojima se takav način rada ne praktikuje. Kada je u pitanju uticaj upotrebe kompjutera na postignuće učenika, nalazi istraživanja nisu konzistentni. Neki autori nalaze negativnu povezanost korišćenja kompjutera u nastavi i obrazovnih rezultata iz matematike, dok drugi ukazuju na pozitivne efekte upotrebe kompjutera na postignuće učenika, motivaciju i zadovoljstvo predmetom (House, 2002). Zanimljivi su i nalazi koji pokazuju da upotreba kompjutera za aktivnosti koje zahtevaju angažovanje složenijih misaonih operacija doprinosi unapređivanju obrazovnog postignuća iz matematike, ali da je sa-

ma učestalost upotrebe kompjutera tokom podučavanja negativno povezana sa postignućem učenika (Wenglinsky, prema House, 2000).

Jasno je da obrazovna praksa vezana za nastavu matematike nije ista u svim zemljama. Razlike koje, između ostalog, potiču od oslanjanja na različite koncepcije obrazovanja, javljaju se u planovima i programima, školskoj klimi, načinu inicijalnog obrazovanja nastavnika, raspoloživim resursima i samoj nastavnoj praksi. Kada je u pitanju organizacija nastave matematike i sadržaj aktivnosti nastavnika i učenika na času, pokazalo se, na primer, da se u Japanu značajno više vremena posvećuje aktivnostima koje se tiču istraživanja i dokazivanja matematičkih pojmova, zakona, pravila, teorema i slično, nego što je to slučaj kod američkih učenika, koji, s druge strane, više vremena provode u rešavanju rutinskih zadataka (Bracey, 2000). Smatra se da se različit način organizovanja rada na času može pripisati i postojanju različitih uverenja o tome šta je cilj nastave matematike i kako je treba podučavati. U nekim zemljama je prisutniji stav da matematika obuhvata skup postupaka kojima učenici treba da ovladaju i osposobe se za njihovo korišćenje (navodi se da je ovo karakteristično shvatanje za američke nastavnike), dok u drugim zemljama prevladava mišljenje da matematika obuhvata niz odnosa između pojmova, činjenica i postupaka, a da učenike treba obučiti da razmišljaju o tim odnosima na nov način (svojevremeno japanskim nastavnicima). Očigledno je da bi ovaj drugi tip nastavne prakse trebalo da dovede do dubljeg, potpunijeg razumevanja suštine matematike, a samim tim i boljeg uspeha učenika. Dakle, da bi se objektivnije sagledalo postignuće učenika jedne zemlje i uporedilo sa postignućem njihovih vršnjaka u drugim zemljama, potrebno je razmotriti i kontekstualne uslove koji mogu da utiču na postignuće učenika, u šta, između ostalog, spadaju i oblici i sadržaj aktivnosti u nastavi matematike.

Rezultati empirijskog istraživanja

Značajan aspekt kvaliteta nastave predstavlja način na koji se organizuju i realizuju nastavne aktivnosti. Primena određenih metoda i oblika rada može bitno uticati na kvalitet nastavnog časa, podsticanje učenika na aktivnost i sveukupnu klimu u odeljenju. Postavlja se pitanje kakva je situacija u tom pogledu u našoj zemlji. Koji načini rada prevladavaju u našoj školskoj praksi, koje su sve aktivnosti zastupljene na časovima matematike i u kojoj meri se javljaju? Do odgovora na ova pitanja može se doći na osnovu rezultata pilot istraživanja TIMSS² 2007, sprovedenog u okviru obimnog međunarodnog istraživanja obrazovnih postignuća učenika osnovnih škola iz oblasti prirodnih nauka i matematike. Konkretnije rečeno, u radu su analizovani ajtemi iz upitnika za nastavnike matematike i upitnika za učenike koji se odnose na sadržaje i oblike aktivnosti u nastavi matematike. Istraživanje je realizovano u 34 osnovne škole Srbije i obuhvatilo je 1461 učenika osmog razreda i 65 nastavnika matematike.

² TIMSS istraživanje osmislila je i realizovala Međunarodna asocijacija za evaluaciju obrazovnih postignuća (International Association for the Evaluation of Educational Achievement – IEA), čije je sedište u Amsterdamu. Do sada su realizovana tri ciklusa istraživanja TIMSS-a i to 1995, 1999. i 2003. godine, a u toku je realizacija ciklusa predviđenog za 2007. godinu.

Aktivnosti koje se tiču sadržaja nastave

Da bi se bliže sagledalo kako se odvija nastava matematike u našim školama, potrebno je steći uvid u to šta čini sadržaj nastavnih aktivnosti, odnosno kojim se sve aktivnostima učenici bave na časovima matematike, kojim oblastima sadržaja matematike one pripadaju i koliko vremena im se posvećuje tokom nastavnog procesa. U upitnicima su, između ostalog, ponuđene konkretne nastavne aktivnosti za koje je trebalo da se nastavnici matematike i učenici, nezavisno jedni od drugih, izjasne koliko često se odvijaju na časovima matematike (skoro na svakom času; otprilike na polovini časova; na nekim časovima; nikada).

Tabela 1: Nastavnici o aktivnostima na časovima matematike

Aktivnosti učenika	Skoro na svakom času	Na ponekim časovima	Na nekim časovima	Nikada
	%	%	%	%
Vežbaju osnovne računске operacije bez digitrona	65	3	22	10
Rade razlomke i decimalne brojeve	44	19	35	2
Koriste znanja o svojstvima geometrijskih figura, pravih i uglova da bi rešili problem	17	42	41	
Tumače podatke iz tabela, dijagrama i grafikona	6	5	87	2
Pišu jednačine i funkcije da bi predstavili veze i odnose	22	25	51	2
Primenjuju činjenice, pojmove i postupke pri rešavanju rutinskih problema	61	8	29	2

Činjenica je da rešavanje matematičkih zadataka podrazumeva ne samo poznavanje, već i primenu odgovarajućih matematičkih formula i postupaka. Otuda ne iznenađuje podatak da prilikom rešavanja rutinskih problema oko 70 % naših nastavnika na više od polovine svojih časova od učenika traži da primenjuju činjenice, pojmove i postupke (Tabela 1). Od učenika se najčešće zahteva da se, skoro na svakom času, bave razlomcima i decimalnim brojevima kao i vežbanjem osnovnih računskih operacija, a bar na polovini časova da koriste znanja iz geometrije o svojstvima geometrijskih figura, pravih i uglova kako bi rešili neki problem. Upotrebu jednačina i funkcija, radi predstavljanja veza i odnosa, nastavnici iz našeg uzorka (76 %) većinom zahtevaju od svojih učenika na polovini ili na nekim časovima, dok učeničko tumačenje podataka iz tabela, dijagrama i grafikona predstavlja aktivnost koju čak 87 % nastavnika zahteva samo na nekim časovima. Treba istaći da je distribucija učeničkih odgovora o vremenskoj zastupljenosti navedenih aktivnosti slična nastavničkoj, odnosno da u priličnoj meri postoji slaganje između učeničkih i nastavničkih odgovora.

Ako dobijene rezultate uporedimo sa rezultatima glavnog istraživanja TIMSS 2003 (budući da nemamo mogućnost da uporedimo sa rezultatima pilot istraživanja TIMSS 2007 iz drugih zemalja), može se zaključiti da je vremenska zastupljenost navedenih aktivnosti u našoj zemlji iznad međunarodnog proseka. Interesantno je da se vežbanju osnovnih računskih operacija u školama Belgije, Kipra i Makedonije posve-

ćujuje slično vreme kao i u našim školama, dok je učestalost rada s razlomcima i decimalnim brojevima slična kao u školama Italije i Litvanije (Mullis et al., 2004).

Interesantan je podatak da su sadržaji koji pripadaju domenu *podaci i verovatnoća* (prikupljanje i organizovanje podataka; prezentacija i interpretacija podataka; nezvesnost i verovatnoća) u manjoj meri zastupljeni na časovima matematike u odnosu na druge oblasti matematike (Tabela 1). Dok svega 11 % nastavnika u našim školama na više od polovine časova traži od učenika da tumače podatke iz tabela, dijagrama i grafikona, u zemljama čiji su učenici imali najbolje postignuće iz matematike (Singapur, Koreja, Hong Kong, Kineski Tajpeh) taj procenat kreće se između 30 i 40 % (Mullis et al., 2004). Dobijeni podaci saglasni su sa rezultatima istraživanja TIMSS 2003, koje pokazuje da su naši učenici najslabije rezultate iz matematike ostvarili u oblasti korišćenja statističkih podataka, kao i da su u tom pogledu bili značajno ispod međunarodnog proseka (Janjetović, Malinić i Tošković, 2005).

Tipovi aktivnosti u nastavi matematike

Kako je organizovan rad na času? Koje oblike i metode rada nastavnici koriste i koje aktivnosti učenika su najzastupljenije? Rezultati pokazuju (Tabela 2) da tokom jedne nedelje nastave matematike učenici, prema proceni nastavnika, najčešće (31 %) rade usmeravani od strane nastavnika, ređe slušaju predavanja klasičnog tipa (23 %), a još ređe samostalno rešavaju matematičke probleme bez direkcije nastavnika (18 %). Ponovnom izlaganju i pojašnjenju sadržaja ili postupaka rada nastavnici posvećuju 9 % vremena u toku jedne nedelje. Zastupljenost (distribucija) navedenih aktivnosti je na nivou međunarodnog proseka prema rezultatima istraživanja TIMSS 2003.

Tabela 2: Nedeljna zastupljenost aktivnosti u nastavi matematike

Aktivnosti	%
Pregledaju domaće zadatke	6
Slušaju predavanja klasičnog tipa	23
Rade usmeravani od strane nastavnika	31
Samostalno rešavaju probleme bez usmeravanja nastavnika	18
Slušaju nastavnikovo ponovno izlaganje i pojašnjenje sadržaja i načina rada	9
Rade test ili kviz	7
Učestvuju u aktivnostima koje nisu vezane za sadržaje nastave	3
Ostale aktivnosti	3

Iako nastavnici smatraju da više usmeravaju aktivnosti na času nego što klasično predaju, 69 % učenika navodi da skoro na svakom času slušaju nastavnikovo izlaganje, dok samostalno rešavanje problema i odabir postupaka i načina rešavanja kompleksnih problema predstavljaju aktivnosti koje se najčešće realizuju povremeno, odnosno na nekim časovima. Razlika u odgovorima nastavnika i učenika zapaža se i kada je reč o primeni grupnog rada. Dok većina nastavnika (78 %) navodi da rad po grupama organizuje povremeno, odnosno samo na nekim časovima, najveći procenat učenika (54 %) izveštava da nikada ne rade zajedno u malim grupama.

Nalazi takođe ukazuju na statistički značajnu povezanost stručnog usavršavanja nastavnika i organizovanja grupnog rada. Naime, oni nastavnici koji su naveli da primenjuju rad po grupama u nastavi, a koji su u protekle dve godine pohađali seminare iz metodike matematike, ređe organizuju rad po grupama u odnosu na kolege koje

nisu pohađale seminare ($p = 0.05$). Jedno od mogućih objašnjenja jeste da na seminarima nije bilo reči o primeni kooperativnih metoda učenja.

Razultati drugih istraživanja uglavnom ukazuju na pozitivnu vezu između metoda grupnog rada i postignuća učenika iz matematike (Webb, 1989). Međutim, iako je utvrđeno da kooperativne metode učenja doprinose boljem razumevanju matematičkih sadržaja, smisaonom učenju i osposobljavanju za primenu znanja, neki nalazi pokazuju da nastavnikovo predavanje (pokazivanje i objašnjavanje pravila i procedura) ima bolje efekte na postignuće učenika kada je reč o usvajanju novog gradiva (House, 2002). Zanimljivo je da u zemljama čiji su učenici ostvarili najbolje rezultate na testu postignuća iz matematike u okviru TIMSS 2003, učenici najviše vremena provode u slušanju predavanja klasičnog tipa, odnosno najzastupljeniji je frontalni oblik rada (Mullis et al., 2004).

S druge strane, saglasnost između nastavnika i učenika postignuta je oko tvrdnje da se na skoro svakom času matematike od učenika zahteva da obrazlažu svoje odgovore, kao i da povezuju gradivo koje uče iz matematike sa svakodnevnim životom. Na značaj povezivanja onoga što se uči iz matematike sa svakodnevnim životom ukazuju i nalazi TIMSS istraživanja iz drugih zemalja. Tako je, na primer, utvrđeno da među tajvanskim učenicima (koji se generalno nalaze iznad međunarodnog proseka po postignuću iz matematike) bolji uspeh na testu postižu oni učenici koji na času diskutuju i rešavaju praktične probleme iz svakodnevnog života (House, 2002). Korišćenje aktivnih metoda učenja takođe je bilo pozitivno povezano sa postignućem učenika. Savremena didaktičko-metodička istraživanja ukazuju na značaj samostalnog rešavanja problema i pozitivnu korelaciju sa školskim postignućem. Primena metoda aktivne nastave u matematici ne samo da podstiče više kognitivne procese, već čini da matematička znanja postanu povezana, a ne parcijalna, a kao takva budu i dobra osnova za dalje učenje.

Poznato je da na odvijanje nastavnog procesa često deluju određeni faktori koji mogu predstavljati smetnje za rad pojedinim nastavnicima i koji ograničavaju uspešnu realizaciju aktivnosti na času. U ovom istraživanju nastavnicima su ponuđene stavke za koje je trebalo da se izjasne u kojoj meri ih ograničavaju u nastavi (»mnogo«; »donekle«; »malo«; »nimalo«; »ne odnosi se na moje uslove rada«). Kada su u pitanju učenici različitih sposobnosti za učenje, nezainteresovani i nedisciplinovani učenici, najveći procenat nastavnčkih odgovora (između 40 % i 45 %) bio je zastupljen u kategoriji »donekle«. Što se tiče raspoloživih resursa, najveća distribucija odgovora u istoj kategoriji javila se u pogledu nedostatka nastavnih sredstava koje bi koristili učenici i nedostatka opreme koju bi sami nastavnici koristili pri demonstraciji i drugim načinima uvežbanja gradiva. Utvrđena je statistički značajna razlika između godina starosti nastavnika i opažanja faktora koji ih ograničavaju u nastavi. Naime, što su nastavnici stariji, više ih ometa u nastavi rad sa učenicima različitih sposobnosti za učenje ($p = 0.00$), odnosno nedisciplinovani učenici ($p = 0.04$). Verovatno da bi manji broj učenika u odeljenju, bolja opremljenost škola, kao i povećana stručna kompetentnost nastavnika doprinelo da nastavnici lakše i uspešnije izlaze na kraj sa situacijama u kojima se suočavaju sa teškoćama u radu.

Upotreba digitrona i kompjutera u nastavi matematike

Jedno od pomoćnih sredstava u nastavi matematike jeste digitron. Iskazi nastavnika upućuju na podatak da većina njih (52 %) ne dozvoljava upotrebu digitrona na časovima matematike, što potvrđuje i najveći broj učenika (53 %). Ograničenu upotrebu digitrona dozvoljava 44 % nastavnika i to u zavisnosti od nastavnih aktivnosti. Naime, njihovo povremeno korišćenje (»na nekim časovima«) omogućeno je učenicima za proveru rezultata (55 %), za rešavanje složenih matematičkih problema (52 %) ili za istraživanje brojevnih pojmova (60 %), dok za rutinska izračunavanja digitroni nisu dozvoljeni (60 %).

Rezultati pojedinih istraživanja ukazuju na prednosti korišćenja digitrona u nastavi matematike u sferi rešavanja problema i razumevanja aritmetičkih operacija (Campbell & Stewart, prema Tarr et al., 2000). Osim toga, nađena je pozitivna veza između korišćenja digitrona i učenčkog samopouzdanja, entuzijazma i self-koncepta. Poređenjem uspešnosti američkih, portugalskih i japanskih učenika osmog razreda iz matematike u okviru TIMSS istraživanja i učestalosti korišćenja digitrona kod ovih učenika, pokazalo se da je ta veza pozitivna kod američkih učenika, a negativna kod portugalskih učenika (mada ne na statistički značajnom nivou), kao i kod japanskih učenika (na statistički značajnom nivou) (Tarr et al., 2000). Ovaj poslednji nalaz može se smatrati neočekivanim, s obzirom na tehnološku razvijenost japanskog društva i veoma dobro postignuće japanskih učenika iz matematike. U pogledu izveštavanja nastavnika o situacijama u kojima se koriste digitroni na času (za proveravanje tačnosti rešenja, na testovima i ispitima, za rutinska izračunavanja, za rešavanje složenih matematičkih problema i za istraživanje brojevnih pojmova), nađena je pozitivna povezanost postignuća američkih učenika i korišćenja digitrona u svim navedenim situacijama, kod japanskih učenika negativna veza se pokazala samo između postignuća i korišćenja digitrona na testovima, dok kod portugalskih učenika povezanost ove dve varijable uopšte nije otkrivena.

Kada je reč o kompjuterima i njihovoj primeni u nastavi matematike u našoj sredini, situacija je više nego nepovoljna. Svega 11 % učenika ima mogućnost korišćenja kompjutera u obrazovne svrhe na časovima matematike. Najveći broj učenika nema na raspolaganju kompjutere za aktivnosti kao što su: otkrivanje matematičkih pojmova i principa; uvežbavanje veština i postupaka; prikupljanje ideja i informacija ali i obrađivanje i analizu podataka (Tabela 4).

Tabela 4: Upotreba kompjutera u nastavi matematike

Učestalost upotrebe kompjutera za sledeće aktivnosti	Više od polovine časova	Na nekim časovima	Nikad
	%	%	%
Otkrivanje matematičkih principa i pojmova	-	17	83
Uvežbavanje veština i postupaka	-	27	73
Traženje ideja i informacija	-	18	82
Obrađivanje i analiza podataka	4	23	73

Interesantno je da nastavnicima matematike nedostatak kompjuterskog hardvera i softvera, kao i nedostatak podrške za upotrebu kompjutera ne predstavljaju značajniju smetnju u realizaciji nastave. Takođe je zanimljiv podatak da većina ispitanih učenika (92 %) zna da radi na računaru, ali čak 71 % njih nikada ne koristi kompjuter za školski rad (u školi ili izvan nje) iz matematike. Ovi podaci mnogo ne iznenađuju. Naime, tačno je da zahvaljujući ubrzanom razvoju nauke, tehnike i tehnologije kompjuter postaje sve nužnije sredstvo komunikacije. Međutim, da bi se koristio u nastavi, potrebno je da osim samih kompjutera postoji i softverska podrška koja bi učinila smislenim njegovu upotrebu. Naše škole, generalno gledano, ne poseduju dovoljan broj kompjutera, a, pored toga, i odgovarajući softveri su veoma slabo razvijeni. Čak i u situaciji kada bi oba ova uslova bila zadovoljena, važno bi bilo da nastavnici budu obučeni za njihovu primenu u nastavi, odnosno da znaju kako, kada i zašto korišćenje kompjutera u nastavnom procesu doprinosi sticanju znanja i razvijanju veština učenika. Stoga opremljenost škola kompjuterima i stvaranje mogućnosti za njihovu primenu u obrazovne svrhe, uz adekvatnu pripremljenost nastavnika, trebalo bi da postane važan zadatak resornog ministarstva.

Uloga domaćih zadataka u nastavi matematike

Očigledno pridajući poseban značaj domaćim zadacima u procesu ovladavanja matematičkim znanjima i veštinama, 94 % ispitanih nastavnika zadaje domaće zadatke učenicima, a čak 73 % nastavnika to čini svakog ili skoro svakog časa. U većini slučajeva nastavnici smatraju da je prosečnom učeniku dovoljno između 15 i 30 minuta za izradu domaćeg zadatka. Nastavnici su odgovorili da ponekad koriste tipove domaćih zadataka koji zahtevaju rešavanje problema ili niza pitanja (58 %), prikupljanje podataka (60 %), iznalaženje jedne ili više primena zadanog sadržaja (64 %). Većina nastavnika skoro uvek prati da li su učenici uradili domaći zadatak, ali ih nedovoljno često koriste kao osnovu za diskusiju u odeljenju (Tabela 5). Nažalost, davanje povratne informacije o domaćim zadacima, ali i podsticanje učenika da samostalno isprave zadatke na času predstavljaju aktivnosti koje nastavnici rede organizuju. Zanimljivo je da pri ocenjivanju učenika 10 % nastavnika skoro uvek uzima u obzir njihove domaće zadatke.

Tabela 5: Aktivnosti nastavnika u vezi sa domaćim zadacima

Aktivnosti nastavnika	Skoro uvek	Ponekad	Skoro nikada
	%	%	%
Pratim da li je domaći zadatak urađen	81	19	-
Ispravljam zadatke i dajem povratnu informaciju učenicima	28	70	2
Tražim od učenika da sami isprave zadatke na času	12	68	20
Koristim domaće zadatke kao osnovu za diskusiju u razredu	9	86	5
Koristim domaći zadatak pri ocenjivanju učenika	10	53	37

Rezultati nekih novijih istraživanja ukazuju na snažniju vezu između čestog zadavanja domaćih zadataka i postignuća iz matematike, nego između zadavanja obim-

nih, to jest vremenski veoma zahtevnih domaćih zadataka i postignutih rezultata (Trantwein, Koller & Schmitz, 2002). Pokazalo se, takođe, da je započinjanje izrade domaćih zadataka već na samom času negativno povezano sa postignutim uspehom na testu znanja iz matematike (House, 2002). Interesantan nalaz vezan je i za postojanje značajne povezanosti između količine vremena provedenog u izradi domaćih zadataka i matematičkog znanja, ali ne i matematičkog rezonovanja (Kupermintz et al., 1995). Upravo u skladu sa ovim, čini nam se da je važnije razmišljati o tome koji je cilj zadanja određenog domaćeg zadatka, šta se njime želi postići, odnosno koja vrsta zadataka se postavlja, nego pitanje koliko često se zadaju i koliko je vremena potrebno za njihovu izradu.

Zaključci

Rezultati pilot istraživanja TIMSS 2007 u pogledu oblika i sadržaja aktivnosti upućuju na zaključak da se učenici ređe nego što bi trebalo stavljaju u situaciju samostalnog rada u nastavi matematike. Frontalni oblik rada često je zastupljen na časovima, pa ostaje malo vremena za samostalan istraživački rad učenika i sticanje znanja primenom istraživačkih metoda saznavanja i učenja. Iako poseduju razvojni potencijal koji omogućuje angažovanje viših kognitivnih funkcija, samostalno rešavanje problema i odabir postupaka i načina rešavanja kompleksnih problema predstavljaju aktivnosti koje učenici najčešće realizuju povremeno, na nekim časovima. A od nastave matematike se upravo očekuje da razvija misaone sposobnosti i da osposobljava učenike za efikasnu primenu matematičkih znanja, sposobnosti i veština u profesionalnom i društvenom životu. Upoznavanje učenika sa matematičkim pojmovima, obrascima, dokazima i teoremama, a zatim njihovo verbalno reprodukovanje ili pak rutinsko primenjivanje naučenih procedura nije dovoljno da bi se ostvarili navedeni ciljevi.

Kooperativne metode učenja u nastavi matematike retko su zastupljene. Iako je utvrđeno da njihova primena doprinosi boljem razumevanju matematičkih sadržaja, smisaonom učenju i osposobljavanju za primenu znanja, neki nalazi pokazuju da, kada je reč o usvajanju novog gradiva, nastavnikovo predavanje (pokazivanje i objašnjavanje pravila i postupaka), ima bolje efekte na postignuće učenika (House, 2002). Prema tome, opredeljenje nastavnika za korišćenje određenih nastavnih metoda zavisi od nastavnih sadržaja i ciljeva nastavnog časa.

Upotreba kompjutera u obrazovne svrhe, na časovima matematike, svedena je na minimum. Praktično, aktivnosti učenika na času, kao što su otkrivanje matematičkih pojmova i principa, uvežbavanje veština i postupaka, prikupljanje ideja i informacija i obrađivanje i analiza podataka, nemaju podršku u dostignućima savremene obrazovne tehnologije. Svakako, jedan od razloga jeste slaba ili nedovoljna opremljenost škola kompjuterskom opremom. Upotreba kompjutera može značajno pomoći učenicima u bržem i efikasnijem sticanju novih znanja jer njegova primena podstiče brojne kognitivne procese kao što su analiza, rezonovanje, kritičko mišljenje, zaključivanje i slično. Dostupnost većeg broja kompjutera u školama trebalo bi da bude praćena i odgovarajućim softverima, ali i obučenošću nastavnika za njihovu uspešnu primenu u nastavi.

Što se tiče učestalosti zadanja domaćih zadataka u nastavi matematike, primetno je da su oni u velikoj meri zastupljeni. Domaći zadaci omogućuju dublje razumevanje sadržaja učenja, ali sami po sebi malo su korisni ukoliko ne predstavljaju osnovu za iniciranje nekih aktivnosti na času. Nije dovoljno da nastavnici samo prove-

re da li su učenici uradili domaći zadatak. Za učenike je daleko korisnije kada domaći zadatak predstavlja osnovu za razvijanje diskusije u odeljenju ili kada ih nastavnici podstiču da samostalno isprave zadatke na času. Davanje povratne informacije učenicima o kvalitetu domaćih zadataka smatra se važnim segmentom obrazovnog procesa.

Literatura:

1. Bracey, G. W. (2000): Trying to understand teaching math for understanding, *Phi Delta Kappan*, Vol. 81, No. 6, 473–474;
2. Cobo, P. & J. M. Fortuny (2000): Social interactions and cognitive effects in contexts of area-comparison problem solving, *Educational Studies in Mathematics*, Vol. 42, 115–140;
3. Correia, J. H. et al. (2003): Conceptual knowledge discovery – a human centered approach, *Applied Artificial Intelligence*, Vol. 17, 281–302;
4. Fuchs, L. S. et al. (1998): High achieving students' interactions and performance on complex mathematical tasks as a function of homogeneous and heterogeneous pairings, *American Educational Research Journal*, Vol. 35, No. 2, 227–267;
5. Good, T. L. et al. (1989/90): Using work-groups in mathematics instruction, *Educational Leadership*, Vol. 47, No. 4, 56–62;
6. House, J. D. (2002): Instructional practices and mathematics achievement of adolescent students in Chinese Taipei: results from the TIMSS 1999 Assessment, *Child Study Journal*, Vol. 32, No. 3, 157–178;
7. Leonard, J. (2001): How group composition influenced the achievement of sixth-grade mathematics students, *Mathematical Thinking & Learning*, Vol. 3, No. 2/3, 175–200.
8. Janjetović, D., Malinić, D., Tošković, O. (2005): Postignuće učenika u istraživanju TIMSS 2003 u svetu i Srbiji, u R. Antonijević i D. Janjetović (prir.): *TIMSS 2003 u Srbiji* (61–78). Beograd: Institut za pedagoška istraživanja;
9. Kupermintz, H. et al. (1995): Enhancing the validity and usefulness of large-scale educational assessments, *American Educational Research Journal*, Vol. 32, 525–554;
10. Linchevski, L., & Kutscher, B. (1998). Tell me with whom you're learning, and I'll tell you how much you've learned: Mixed-ability versus same-ability grouping in mathematics. *Journal for Research in Mathematics Education*, 29, 533–554;
11. Mullis, I. V. S. et al. (2004): *TIMSS 2003 International Mathematics Report*. Chestnut Hill, MA: Boston College;
12. Muth, K. D. (1997): Using cooperative learning to improve reading and writing in mathematical problem solving, *Reading & Writing Quarterly*, Vol. 13, 71–83;
13. Nattiv, A. (1994): Helping behaviors and math achievement gain of students using cooperative learning, *Elementary School Journal*, Vol. 94, No. 3, 285–297;
14. Tarr, J. E. et al. (2000): A comparison of calculator use in eight-grade mathematics classrooms in the United States, Japan and Portugal: results from the Third International Mathematics and Science Study, *School Science & Mathematics*, Vol. 100, 139–151;
15. Tudge, J. & B. Rogoff (1989): Peer influences on cognitive development: Piagetian and Vygotskian perspectives; in M. H. Bornstein, & J. S. Bruner: *Interaction in human development* (17–40). Hillsdale: Lawrence Erlbaum Associates Publishers;
16. Trautwein, U. O. Koller & B. Schmitz (2002): Do homework assignments enhance achievement? A multilevel analysis in 7-grade mathematics, *Contemporary Educational Psychology*, Vol. 27, 26–50;
17. Verba, M. (1998): Tutoring interactions between young children: how can symmetry modify asymmetrical interactions, *International Journal of Behavioural Development*, Vol. 22, No. 1, 195–216;
18. Webb, N. M. (1989): Peer interaction and learning in small groups, *Journal of Educational Research*, Vol. 13, 21–39;
19. Webb, N. M. (1991): Small group interaction and learning. *Journal for Research in Mathematics Education*, Vol. 22, 366–389.

FORMS AND CONTENTS IN TEACHING MATHEMATICS

Summary: Comparing educational achievements of students from different countries, it is necessary to discuss contextual conditions of students which may influence the students' achievements, and organisation matters as well as realisation of teaching contents in the class also belong to them. There are reviews shown in this paper which refer to forms and contents of activities in teaching mathematics in our school, which were obtained by the pilot research done within international research of educational achievements of the primary school students considering natural sciences and mathematics. More precisely, some items from the questionnaire were analysed and they referred to students and teachers and their contents and types of activities of students in teaching mathematics and ways of realisation teaching this subject. The research has been done in 34 primary schools in Serbia and it included 1461 students of the eighth grade and 65 mathematics teachers. The results are discussed in the light of contemporary theoretical and empirical knowledge from didactics and they are analysed with results obtained in order places.

Key words: teaching mathematics, activities in teaching mathematics, students, primary school, TIMSS research.

* * *

ВИД И СОДЕРЖАНИЕ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ В ОБУЧЕНИИ МАТЕМАТИКЕ

Резюме: Сравнивая успехи в образовании учеников разных стран, следует рассматривать и условия преподавания, которые могут оказать влияние на успеваемость. Среди других речь идет и о методах организации и проведения занятий. В настоящей работе представлены результаты пробного интернационального исследования успеваемости учеников начальных школ в области естественных наук и математики, учитывающего вид и содержание деятельности на уроках математики в нашей школе. Более конкретно говоря, анализу были подвергнуты пункты опроса учеников и преподавателей математики, которые были связаны с содержанием и видом деятельности учеников в обучении математике а также и метод преподавания этого предмета. Исследование проведено в 34 начальных школах в Сербии и охватывает 1461 ученика восьмого класса и 65 преподавателей математики. Полученные результаты обсуждаются с точки зрения теории и эмпирических знаний в области дидактики, проводится также сравнение с результатами, полученными в других краях.

Ключевые слова: обучение математике, деятельность на уроках математики, учащиеся, начальная школа, ТИМСС исследование.